

# **Control de Velocidad Vectorial Lineal y no Lineal para un Motor de Inducción sin Sensor de Velocidad**

Erika Mariana Holguín Gallego

Trabajo de grado presentado como requisito  
para optar al título de:  
**Maestría en Instrumentación Física**

Director  
Ph.D. Andrés Escobar Mejía

Co-Director  
M.Sc. Walter Julián Gil González

Pereira, Enero - 2018  
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA  
Maestría en Instrumentación Física



## Nota de Aceptación

---

---

---

---

---

Ph.D. Andrés Escobar Mejía. Director

---

M.Sc. Walter Julián Gil González. Co-Director

---

M.Sc. Hugo Armando Gallego Becerra. Jurado

---

M.Sc. Oscar Danilo Montoya Giraldo. Jurado

Pereira, Enero - 2018

Control de Velocidad Vectorial Lineal y no Lineal para un Motor de Inducción sin Sensor de Velocidad

©Erika Mariana Holguín Gallego

Pereira, Enero - 2018

Programa de Maestría en Instrumentación Física

Universidad Tecnológica de Pereira

Carrera 27 No 10-02 Barrio Alamos - Risaralda - Colombia

TEL: (+57)(6)3137300

*www.utp.edu.co*

Versión web disponible en: *<http://recursosbiblioteca.utp.edu.co/tesis/index.html>*

# Resumen

Los motores de inducción, especialmente los de rotor jaula de ardilla, se convirtieron en pieza fundamental en aquellas aplicaciones que requieren la transformación de energía eléctrica a mecánica, consiguiendo reemplazar los motores dc en la mayoría de los procesos (alrededor del 90 % de las operaciones), como en el traslado de cargas pesadas, bombas centrífugas de impulsión, bandas transportadoras, herramientas eléctricas o en autos eléctricos, entre otros [1–4]. Lo anterior se debe al surgimiento de la electrónica de potencia, de microcontroladores más robustos, y al desarrollo de controles modernos que permitieron avanzar en el estudio de controladores de velocidad y torque para los motores de inducción. Aunque los motores dc de excitación separada pueden ser regulados fácilmente, se hizo indispensable desarrollar técnicas de control para las máquinas ac, debido a que los primeros presentan desventajas por su alto costo en el mantenimiento, además de tener un margen reducido en la variabilidad de su velocidad [2, 5].

Los controladores de velocidad y par que se han desarrollado para los motores de inducción, han tenido como base el funcionamiento de los motores dc debido a que estos pueden ser regulados con sus corrientes de campo  $i_f$  y de armadura  $i_A$ , que son variables independientes entre sí. A través de  $i_f$  e  $i_A$ , se controla el flujo magnético del motor  $\psi_r$  (por consiguiente su velocidad mecánica  $\omega_r$ ) y el torque electromagnético  $\tau_e$ , respectivamente. Sin embargo, en los motores de inducción la dificultad radica en la no linealidad de su modelo matemático y en el fuerte acoplamiento entre su flujo magnético y su par [1, 2, 6], haciendo necesario el uso de técnicas matemáticas de transformación establecidas por Park y Clark, y cuales permiten desarrollar el modelo del motor de inducción jaula de ardilla, como un conjunto de ecuaciones desacopladas, ya sea en el marco de referencia en cuadratura estacionario  $\alpha\beta$  o giratorio  $dq$ . Es con base en esta teoría que se puede establecer una analogía para el control tanto de la  $\omega_r$  como del  $\tau_e$ , entre el motor dc de excitación separada y el motor de inducción.

Las técnicas de control desarrolladas para máquinas ac constituyen dos grupos, el primero es llamado control escalar y el segundo se denomina control vectorial (indirecto y

directo). En la figura 1 se puede apreciar la clasificación de dichos controles. Para esta investigación se propone emplear la metodología de control vectorial orientado al campo o *Field Oriented Control* (FOC), ya que se han demostrado sus buenos resultados en términos de la dinámica de la máquina [2, 6–8]. En esta estrategia de control se requiere de los flujos del rotor y la velocidad del motor, sin embargo, obtener una medida directa de los flujos o la posición de estos es complicado por medio del uso de sensores, ya que su ajuste o ubicación en un motor de inducción de rotor jaula de ardilla no es simple y representaría un incremento en los costos en la máquina [2, 9]. Con base en lo anterior, se recurre a la implementación de observadores que no sólo estiman las variables deseadas como la velocidad y los flujos en el rotor, sino también brindan robustez al controlador [1, 2, 7, 9–12]. Se ha podido establecer a partir de la literatura especializada en controladores para motores de inducción [1, 2, 6–8, 11, 13–16], que dos de los observadores más aprovechados para tal fin son el Luenberger y el *Adaptative Model Reference Adaptive System* (MRAS), los cuales requieren de variables eléctricas como tensiones y corrientes del estátor, además de los parámetros de la máquina.

De esta forma se puede sintetizar el principio de funcionamiento de la técnica del controlador FOC, que a su vez emplea el control de lazo cerrado PI por su buena respuesta y bajo costo computacional [1], como el desarrollo del par electromagnético  $\tau_e$  en función del producto vectorial de las corrientes del estátor  $i_s$  y el flujo del rotor  $\psi_r$  del motor de inducción. Las corrientes trifásicas del estátor ( $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$  e  $i_{sc}$ ), pueden ser representadas por medio de la transformada de Park como corrientes en un sistema en cuadratura giratorio  $dq$  ( $i_{sd}$  e  $i_{sq}$ ), donde la  $i_{sd}$  e  $i_{sq}$  son análogas a las corrientes  $i_f$  e  $i_A$  respectivamente del motor dc [1, 2, 6, 7].

Por último, se puede establecer que a pesar de que los controladores FOC se han desarrollado usando el control PI por las prestaciones mencionadas anteriormente, se mantiene activa la búsqueda de nuevas estrategias de control, enfocadas en mejorar la respuesta dinámica de la máquina, siendo esta la razón del presente estudio. Con base en lo anterior, en este proyecto se pretende implementar otros controles como lo son el *Linear Quadratic Regulator* (LQR) y un control no lineal, para mostrar que los controladores propuestos tienen mejor respuesta al ser comparados con el control clásico PI.

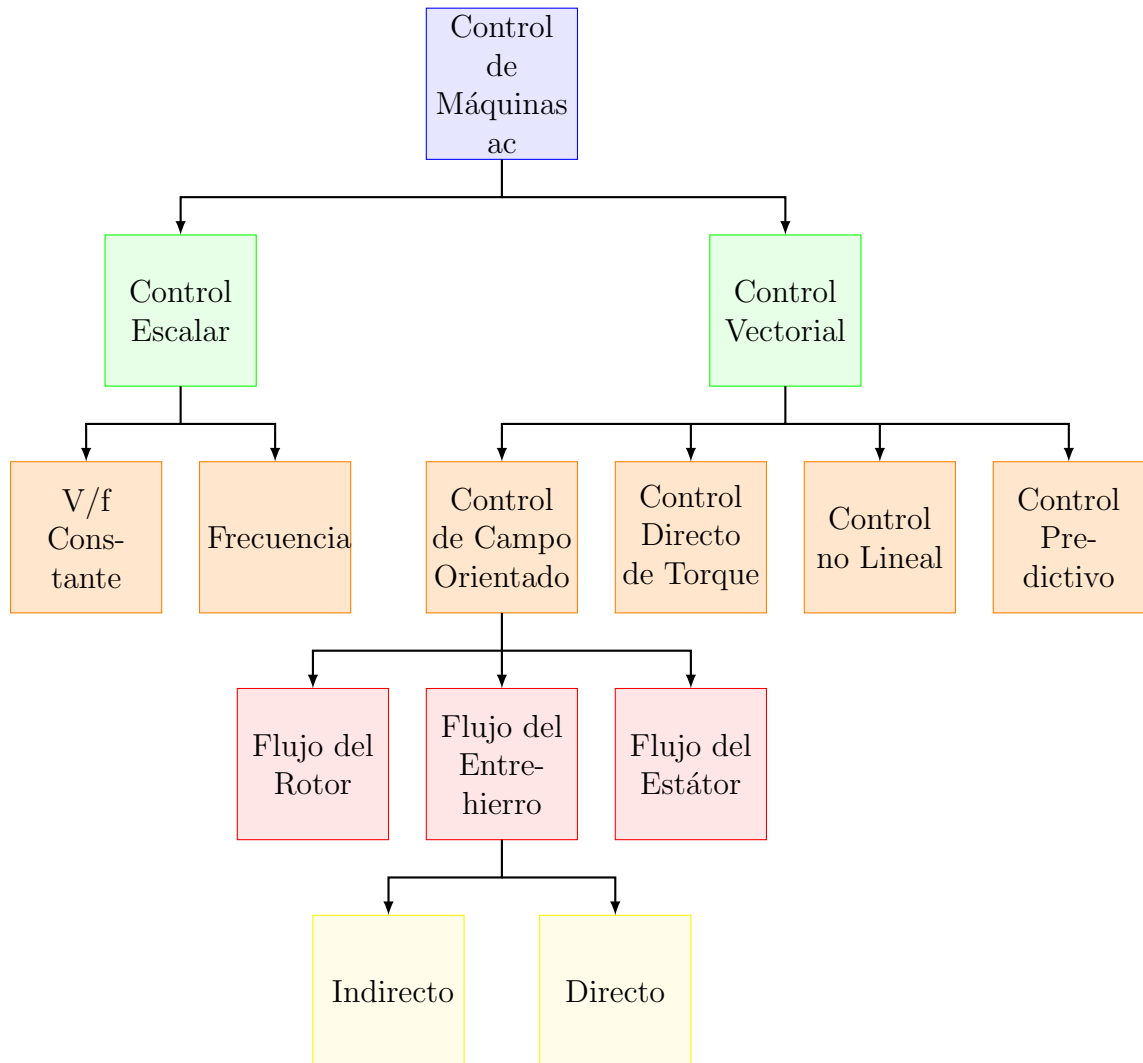


Figura 1: Tipos de control para máquinas ac.

# Índice general

Índice general	v
Índice de tablas	vi
Índice de figuras	viii
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Definición del problema . . . . .	1
1.2. Justificación . . . . .	2
1.3. Estado del arte . . . . .	3
1.4. Objetivos . . . . .	5
1.4.1. Objetivo general . . . . .	5
1.4.2. Objetivos específicos . . . . .	5
1.5. Contenido . . . . .	6
<b>2. Modelo matemático del motor de inducción</b>	<b>7</b>
2.1. Modelo dinámico del motor de inducción . . . . .	7
2.2. Modelo dinámico del motor de inducción en $\alpha\beta$ . . . . .	9
2.3. Modelo dinámico del motor de inducción en $dq$ . . . . .	10
<b>3. Observadores</b>	<b>12</b>
3.1. Observador de Luenberger . . . . .	13
3.2. Observador de velocidad . . . . .	17
<b>4. Controles de velocidad en el motor de inducción</b>	<b>19</b>
4.1. Control clásico proporcional e integral para el motor de inducción . . . . .	20
4.2. Control lineal basado en LQR para motor de inducción . . . . .	22

4.2.1. Seguimiento con matriz de ganancia directa . . . . .	23
4.2.2. Seguimiento con acción integral . . . . .	24
4.3. Control no lineal para motor de inducción . . . . .	25
<b>5. Resultados</b>	<b>29</b>
5.1. Parámetros . . . . .	29
5.1.1. Parámetros para el controlador clásico PI . . . . .	30
5.1.2. Parámetros para el controlador lineal basado en LQR . . . . .	30
5.1.3. Parámetros para el controlador no lineal . . . . .	32
5.2. Desempeño de los observadores . . . . .	32
5.2.1. Caso I . . . . .	32
5.2.2. Caso II . . . . .	34
5.3. Funcionalidad de los controladores . . . . .	36
5.3.1. Caso I . . . . .	37
5.3.2. Caso II . . . . .	38
5.3.3. Caso III . . . . .	38
<b>6. Conclusiones y Recomendaciones</b>	<b>41</b>
6.1. Conclusiones . . . . .	41
6.2. Recomendaciones . . . . .	43
<b>Bibliografía</b>	<b>46</b>
<b>Apéndices</b>	<b>47</b>
<b>A. Control óptimo lineal</b>	<b>48</b>



# Índice de tablas

3.1. Datos de un motor de inducción en [pu]. . . . .	15
5.1. Datos de un motor de inducción en [pu]. . . . .	30
5.2. Parámetros los ganancias de los PIs del controlador clásico PI . . . . .	30

# Índice de figuras

1.	Tipos de control para máquinas ac. . . . .	III
3.1.	Esquema del observador de Luenberger. . . . .	14
3.2.	Valores propios en lazo abierto del motor inducción. . . . .	15
3.3.	Comparación entre los valores propios del observador y del motor de inducción. . . . .	16
3.4.	Estimador de velocidad MRAS. . . . .	18
4.1.	Esquema de control PI para motor de inducción. . . . .	21
4.2.	Seguimiento con matriz de ganancia directa. . . . .	23
4.3.	Seguimiento con acción integral. . . . .	25
4.4.	Seguimiento completo: $k_r$ y $k_i$ . . . . .	25
4.5.	Esquema de control LQR para motor de inducción. . . . .	26
4.6.	Esquema de control no lineal para motor de inducción. . . . .	28
5.1.	Respuesta del observador de los flujos del rotor para el caso I: (a) Flujos del rotor y su estimación (pu). (b) Error en la estimación del $\psi_\alpha$ . (c) Error en la estimación del $\psi_\beta$ . . . . .	33
5.2.	Respuesta del observador de velocidad, caso I: (a) Velocidad del motor de inducción y su estimación (pu). (b) Error en la estimación de velocidad. . . . .	34
5.3.	Respuesta del observador de los flujos del rotor para el caso II: (a) Flujos del rotor y su estimación (pu). (b) Error de la estimación del $\psi_\alpha$ . (c) Error de la estimación del $\psi_\beta$ . . . . .	35
5.4.	Respuesta del observador de velocidad para el caso II: (a) Velocidad del motor de inducción y su estimación (pu). (b) Error en la estimación de velocidad. . . . .	36
5.5.	Respuestas de los controladores de velocidad para el caso I: (a) Resultado de los controles de velocidad del motor de inducción respecto a la velocidad de referencia (pu). (b) Error obtenido para cada controlador de velocidad. . . . .	37

5.6. Respuestas de los controladores de velocidad para el caso II: (a) Resultado de los controles de velocidad del motor de inducción respecto a la velocidad de referencia (pu). (b) Error obtenido para cada controlador de velocidad. .	39
5.7. Respuestas de los controladores de velocidad para el caso III: (a) Incremento del par en el eje en pu. (b) Respuesta de los controles ante variaciones del par considerando constante la velocidad del motor igual a 1 pu. (c) Errores de los controladores propuestos y el clásico PI. . . . .	40

# Capítulo 1

## Introducción

*En este capítulo se presenta la información necesaria para que el lector pueda tener una idea sobre el problema y solución planteada en este trabajo de investigación. Para cumplir con este objetivo, se divide el capítulo en resumen del proyecto, definición del problema, justificación, una revisión de los diferentes controladores para un motor de inducción, los objetivos propuestos y finalmente se presenta la estructura de este proyecto de investigación.*

### 1.1. Definición del problema

En una sociedad las industrias tienen como finalidad transformar los materiales en productos elaborados o semielaborados utilizando transformadores de energías como: máquinas de combustión interna, máquinas eléctricas, calderas, etc. Una parte del éxito de las industrias depende de una buena operación y control de estas máquinas. Debido a esto, el control en el caso de las máquinas eléctricas de corriente alterna han tomado gran relevancia desde hace varias décadas [2, 6, 7, 9, 14].

Inicialmente las máquinas eléctricas más utilizadas fueron los motores dc ya que presentan ventaja al ser de fácil control en velocidad y par. Sin embargo, tienen inconvenientes como lo es el alto costo en mantenimiento y un margen reducido para la variación de la velocidad [2]. Es a partir del surgimiento de nuevos avances del conocimiento como la electrónica de potencia que se ha conseguido incorporar los motores ac como los nuevos equipos de trabajo. En particular, el motor de inducción jaula de ardilla se convirtió en el más utilizado, puesto que requiere de menos mantenimiento y costos de operación, adicionalmente es más compacto, y ofrece igual potencia que el motor dc haciéndolo más

atractivo para la industria [2, 3, 9].

En varias de las aplicaciones industriales el motor de inducción opera a velocidad constante, sin embargo, también existen aplicaciones donde es necesario trabajar u operar a diferentes velocidades. Para lograr esto se requiere de un inversor, el cual se encarga de generar tensiones sinusoidales de amplitud y frecuencia variable, con el fin de poder controlar la velocidad [7]. Además del inversor, el desarrollo de las técnicas de control vectorial en el motor de inducción han facilitado la regulación de la velocidad y par. Dichas técnicas se fundamentan en el control de las corrientes del estátor, las cuales regulan el par electromagnético y los flujos, ya sean los flujos del estátor, rotor o entrehierro. Estas regulaciones se realizan de forma independiente, tal como sucede en las máquinas dc [2]. Las diferentes técnicas de controladores desarrolladas, a pesar de brindar buenos resultados presentan inconvenientes, por ejemplo, deficiencias a bajas velocidades, presencia de armónicos, o grandes transitorios [2, 7, 9], suficiente razón para buscar mejorarlas y reforzar el concepto de robustez en el control de la máquina de inducción. El concepto de robustez también se enfoca desde el punto de vista en el empleo de un número mínimo de sensores, los cuales pueden generar ruido en el control, y de este modo se presentan resultados poco favorables. Debido a esto, se ha buscado mejorar la estimación de variables por medio de observadores, con el fin de prescindir del uso de la mayoría de sensores.

En esta investigación se proponen dos esquemas de controladores, los cuales significan un aporte en el estudio del control de velocidad para el motor de inducción. Simultáneamente, se utilizarán estimadores para los flujos de rotor y la velocidad con el objetivo de aumentar la robustez de los controles propuestos [1, 2, 6–16].

En resumen, se plantea el uso de la metodología FOC, aplicado a los controles lineal basado en LQR y no lineal, estimando el flujo y velocidad del rotor mediante los observadores de *Luenberger* y *Adaptativo* MRAS, transformando inicialmente el modelo del motor de inducción representado en un sistema de referencia trifásico  $abc$  a un sistema de referencia fijo o rotativo  $\alpha\beta/dq$  respectivamente, consiguiendo de esta forma adaptarlo al control utilizado para motores dc de tipo excitación independiente.

## 1.2. Justificación

Ya se ha hecho énfasis en que los motores de inducción, especialmente los de rotor jaula de ardilla, han reemplazado a los motores dc en la mayoría de las aplicaciones y procesos industriales debido a su bajo costo y robustez. De igual forma, gracias a los avances en nuevas estrategias de control y al creciente desarrollo de la electrónica de potencia y microcontroladores [5] se ha expandido su uso en aplicaciones que requieren

velocidad variable. Actualmente, se han propuesto diversos controladores de velocidad, como los de tipo FOC, que han sido ampliamente utilizados debido a su simpleza y a que ayuda a operar los motores con altas eficiencias. Sin embargo, aún hay varios problemas de investigación en este campo a la espera de ser solucionados, tales como el tiempo de respuesta dinámico, el error de estado estacionario y el error ante variaciones de la carga.

Por otra parte, también se requiere la implementación de técnicas de estimación con el objetivo de dar mayor robustez al sistema de control respecto al uso de sensores, ya que estas no se ven afectadas debido al deterioro que puedan presentarse por el tiempo, la humedad y la temperatura [9]. Otra ventaja en el uso de estimadores, es que no modifica constructivamente el motor o incrementa su costo, ya que no es necesario el uso de sensores que midan variables como la velocidad y/o los flujos.

De acuerdo a lo anterior se plantean en esta investigación dos controladores, uno lineal y otro no lineal. El controlador lineal es basado en LQR [12, 17–19] considerando seguimiento con acción integral cuyo fin es mejorar la respuesta dinámica del sistema, y también considera seguimiento con matriz de ganancia directa con el objetivo de disminuir el error de estado estacionario. El controlador no lineal es una modificación del controlador PI, en el cual no se consideran los bloques PIs que tienen como entrada los deltas de corriente, en vez de eso se realiza una linealización exacta, permitiendo mejorar la respuesta dinámica [7, 19]. Se pretende de igual forma a partir de la implementación de estimadores establecer aquellas variables que no pueden ser directamente medidas y que son requeridas por la acción de control, como lo son los flujos del rotor y la velocidad del motor. La estimación de los flujos se lleva a cabo con el observador Luenberger, y para la velocidad se recurre al observador Adaptativo, ambos son utilizados gracias a su buen desempeño [7, 10].

Con esta propuesta se espera contribuir en el desarrollo teórico y la aplicación de controladores para un motor de inducción, y se espera generar conocimiento transversal entre los diferentes programas de Ingenierías Eléctrica, Física, Electrónica y Mecatrónica, ya que son partícipes en el desarrollo tecnológico e industrial de la región.

### 1.3. Estado del arte

En primera instancia se reconoce que en los motores dc (de excitación separada) son fáciles de controlar tanto su par como la velocidad, debido a que dependen cada una de estas variables de las corrientes en sus devanados de armadura y campo de forma independiente entre sí [2]. Para lograr el control en una máquina de ac es necesario modificar constructivamente la máquina o anexarle dispositivos eléctricos o mecánicos [9], a través de la variación de la velocidad síncrona o del deslizamiento  $s$  del motor para una carga

dada [3, 9].

También se pueden implementar métodos electrodinámicos como el Leblanc, Krämer y Scherbius, sin embargo, representan mayor complejidad constructiva haciendo que se incrementen los costos, convirtiéndose en una solución poco viable [9]. Otros métodos de control para las máquinas ac son conocidos como controles modernos, clasificados como escalar y el vectorial.

El Control Escalar es el más fácil de llevar a cabo y trata de mantener una relación constante entre la tensión y frecuencia de alimentación, conforme se varía esta para regular la velocidad del rotor [14]. Su deficiencia se manifiesta en una respuesta lenta debido a que los transitorios no se controlan. Por esta razón se desarrolla el control vectorial (cuyos autores son Blaschke, Hasse y Leonhard), que no sólo presentan una respuesta más rápida si no también precisa gracias al desarrollo en la década de los 70's del principio de par desacoplado y control de flujo [7]. Posteriormente, hay una revolución tecnológica (años 80's) y prosperan la electrónica de potencia, los microcontroladores así como la diversidad en algoritmos de control que ofrecen mayor confianza, robustez y economía [13]. Los controles utilizados en el proyecto se basan en el FOC.

El control vectorial se basa en la transformación de las ecuaciones que constituyen el modelo del motor, puesto que son ecuaciones no lineales y dinámicas, por medio de la representación vectorial de espacios de estado de la máquina, consiguiendo controlar de forma independiente el torque y el flujo como en una máquina de excitación separada, a través de la manipulación de las corrientes de estátor, una generadora del par y otra del flujo [7, 9, 13].

En otras palabras, a partir del modelo trifásico basado en el vector de corrientes del estátor  $i_s$  se obtiene mediante transformación de coordenadas  $abc/\alpha\beta/dq$  (Clark/Park) el nuevo modelo en un sistema giratorio bifásico que se mueve a la velocidad del rotor. Quedan entonces las corrientes del estator como  $i_{sd}$  e  $i_{sq}$ , alineadas en los ejes perpendiculares  $dq$ .

Se puede concluir que, aprovechando la representación vectorial del modelo matemático para la máquina, es posible presentar las variables en un sistema de coordenadas arbitrario para desacoplarlas y que se asemeje a la máquina dc. El torque electromagnético en el motor de excitación separada despreciando el efecto de saturación es:

$$\tau_e = k \cdot i_f \cdot i_A,$$

donde,  $k$  es una constante de proporcionalidad relacionada con la construcción de la máquina,  $i_A$  es la corriente de armadura e  $i_f$  es la de campo, consideradas ortogonales e independientes entre sí y son las variables de control [2, 7].

Después de desacoplar las variables del motor de inducción como se explicó anterior-

mente, su par electromagnético queda como:

$$\tau_e = k \cdot i_{sd} \cdot i_{sq}.$$

En el eje directo está  $i_{sd}$  y en el eje de cuadratura se ubica  $i_{sq}$ , la primera coincide con el flujo magnético del rotor o con la componente de corriente que lo genera, siendo análoga con  $i_f$  y la componente  $i_{sq}$  con  $i_A$  [2, 13, 14]. De esta forma manteniendo el flujo magnético constante ( $i_{sd} = \text{fijo}$ ), se realiza control del par en el motor mediante la corriente  $i_{sq}$ , debido a que ambas corrientes han quedado perpendiculares e independientes entre sí.

Cuando el sistema de coordenadas gira junto con el vector de espacio de flujo, se puede renombrar como Control Orientado de Campo [2, 7].

Por otro lado, el control vectorial puede dividirse en directo e indirecto. El primero utiliza sensores para obtener la posición y valor del flujo en el rotor. Para el segundo, se determina el flujo rotórico a partir del modelo matemático del motor y las medidas de variables como corrientes, velocidad o posición. Está implícito el conocimiento de los parámetros del motor de forma precisa ya que afectan el control de forma determinante. Dentro de el control indirecto se han desarrollado controles del tipo sensorless, basado en observadores [13], que obtienen la posición del flujo y la velocidad del rotor con base en la medida de variables que son accesibles como lo son las corrientes del estátor.

Finalmente, se tiene el Control Directo de Par (DTC), donde se manipulan las magnitudes de flujo y torque, facilitando una respuesta rápida cuando es variable este último. Comercialmente se encuentran más controles vectoriales FOC que del tipo DTC [9], razón adicional para basar el direccionamiento de este trabajo.

## 1.4. Objetivos

### 1.4.1. Objetivo general

Desarrollar una estrategia de control lineal y no lineal con un número reducido de sensores para el control de velocidad de un motor de inducción en el marco de referencia  $dq$ .

### 1.4.2. Objetivos específicos

1. Revisar el estado del arte respecto a las metodologías más utilizadas en el control de velocidad en motores de inducción.



2. Implementar el observador de Luenberger para estimar los flujos del rotor en un motor de inducción.
3. Implementar el observador *Model Reference Adaptive System* o MRAS para la estimación de velocidad del rotor del motor de inducción.
4. Implementar técnicas de control vectorial lineal y no lineal en el marco de referencia  $dq$  para compararlas con el control PI clásico.
5. Validar los observadores y controladores propuestos en el caso de estudio bajo análisis.
6. Documentar los resultados más relevantes del trabajo de investigación.

## 1.5. Contenido

El trabajo se desarrolla iniciando con un capítulo de introducción. En el segundo capítulo se describe el modelo del motor de inducción y se utilizan las transformadas de Clark y Park pasando de un modelo trifásico  $abc$  a sistemas en cuadratura fijo  $\alpha\beta$  y giratorio  $dq$  para desacoplar las variables del modelo que describen el motor.

El capítulo tres, se fundamenta en los observadores empleados para estimar los flujos y velocidad del motor de inducción, Luenberger y MRAS respectivamente, teniendo como variables de control las tensiones. En el capítulo cuatro se desarrollan los controladores propuestos, además del clásico PI para mostrar en el quinto capítulo la comparación entre este y los propuestos en el trabajo, a través de la herramienta MatLab/Simulink. Por último se exponen las conclusiones obtenidas durante el desarrollo del proyecto en el capítulo seis.

## Capítulo 2

# Modelo matemático del motor de inducción

*Este capítulo muestra el modelo dinámico del motor de inducción, donde se puede apreciar el fuerte acoplamiento entre las variables del motor, como las corrientes y flujos electromagnéticos, siendo esto un inconveniente al tratar de realizar control en la velocidad del motor, por lo que se hace imperativo obtener el modelo desacoplado utilizando las transformadas Clark o Park, es decir, el modelo trifásico del motor de inducción se transforma en un modelo en cuadratura estático o giratorio por medio de las transformadas mencionadas anteriormente respectivamente.*

### 2.1. Modelo dinámico del motor de inducción

Inicialmente se plantea la relación entre tensiones y las variables del motor de inducción, como se muestra a continuación (ver [6]):

$$\begin{bmatrix} v_{k_s} \\ v_{k_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{k_s} \\ i_{k_r} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \cdot \begin{bmatrix} \psi_{k_s} \\ \psi_{k_r} \end{bmatrix} \quad \forall k \in (a, b, c), \quad (2.1)$$

donde, los subíndices  $s$  y  $r$  indican las variables vinculadas al estátor y rotor, respectivamente;  $v_k$ ,  $i_k$ ,  $\psi_k$  son las tensiones, las corrientes y los flujos del motor de inducción, correspondientemente, y  $\mathbf{R}$  es una matriz diagonal que contiene el efecto resistivo del motor. Los flujos del motor de inducción, se pueden definir como:

$$\begin{bmatrix} \psi_{k_s} \\ \psi_{k_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}_M \\ \mathbf{L}_M^T & \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{k_s} \\ i_{k_r} \end{bmatrix} \quad \forall k \in (a, b, c),$$

con,

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & -\frac{L_{ms}}{2} & -\frac{L_{ms}}{2} \\ -\frac{L_{ms}}{2} & L_{ls} + L_{ms} & -\frac{L_{ms}}{2} \\ -\frac{L_{ms}}{2} & -\frac{L_{ms}}{2} & L_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{mr} & -\frac{L_{mr}}{2} & -\frac{L_{mr}}{2} \\ -\frac{L_{mr}}{2} & L_{lr} + L_{mr} & -\frac{L_{mr}}{2} \\ -\frac{L_{mr}}{2} & -\frac{L_{mr}}{2} & L_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{L}_M = L_M \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix},$$

donde,  $L_l$  y  $L_m$  son las inductancias propias y de magnetización como corresponde;  $L_M$  es la magnitud de la inductancia mutua entre el estátor y el rotor y  $\theta_r$  es el desplazamiento angular eléctrico del rotor.

Las tensiones y demás variables en el rotor de la máquina de inducción pueden referirse al estátor mediante la relación de trasformación  $\frac{N_s}{N_r}$  como se muestra a continuación:

$$v'_{k_r} = v_{k_r} \cdot \frac{N_s}{N_r}, \quad i'_{k_r} = i_{k_r} \cdot \frac{N_r}{N_s}, \quad \psi'_{k_r} = \psi_{k_r} \cdot \frac{N_s}{N_r}, \quad L_{ms} = L_M \cdot \frac{N_s}{N_r}, \quad \mathbf{L}_M' = \mathbf{L}_M \cdot \frac{N_s}{N_r}$$

$$L_{mr} = L_{ms} \cdot \left(\frac{N_r}{N_s}\right)^2, \quad L'_{lr} = L_{lr} \cdot \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2, \quad \mathbf{L}_r' = \mathbf{L}_r \cdot \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2, \quad \mathbf{R}_r' = \mathbf{R}_r \cdot \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2$$

El sistema dinámico presentado en (2.1), se puede reescribir como:

$$\begin{bmatrix} v_{k_s} \\ v'_{k_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_r' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{k_s} \\ i'_{k_r} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}_M' \\ \mathbf{L}_M' & \mathbf{L}_r' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{k_s} \\ i'_{k_r} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Por otro lado, la relación existente entre las variables eléctricas y mecánicas se ve reflejada en el torque inducido  $T_e$  en el motor debido a la interacción de los flujos del estátor y rotor, se puede definir como:

$$T_e = -\frac{\partial}{\partial \theta_m} W' = -P \cdot \frac{\partial}{\partial \theta_r} W', \quad (2.3)$$

con

$$W' = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} i_{k_s} \\ i'_{k_r} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} L_s - L_{ls}\mathbf{I} & L'_M \\ L'_M & L'_r - L_{lr}\mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{k_s} \\ i'_{k_r} \end{bmatrix},$$

$$\theta_r = P \cdot \theta_m,$$

donde,  $W'$  es la coenergía almacenada en el entrehierro,  $\mathbf{I}$  es la matriz identidad y  $P$  es el número de pares de polos del motor de inducción y  $\theta_m$  es el desplazamiento angular mecánico.

Simplificando (2.3) se tiene:

$$T_e = -P \cdot i_{k_s}^T \cdot \frac{\partial}{\partial \theta_r} L'_M \cdot i'_{k_r}$$

Por último, se plantea la segunda ley de Newton para sistemas rotativos como se muestra en (2.4), para obtener la dinámica de la velocidad angular del rotor  $\omega_r$  como una función de los torques electromagnético  $T_e$  y de carga  $T_L$ , así como de sus parámetros mecánicos conocidos como la inercia del motor  $J$  y el coeficiente de viscosidad  $F$ .

$$\frac{d}{dt}\omega_r = \frac{P}{J}(T_e - T_L) - \frac{F}{J} \cdot \omega_r \quad (2.4)$$

Finalmente, el sistema dinámico del motor de inducción queda constituido por (2.2) y (2.4). Sin embargo, este sistema dinámico es complejo, ya que es no autónomo y no lineal. Esta complejidad motiva a realizar una transformación que permita analizar el sistema de manera más fácil. Para lograr tal propósito, se pasa de un marco de referencia trifásico  $abc$  a un marco de referencia en cuadratura fijo  $\alpha\beta$  o rotativo  $dq$ .

## 2.2. Modelo dinámico del motor de inducción en $\alpha\beta$

El modelo dinámico del motor inducción se transforma al marco de referencia fijo  $\alpha\beta$  usando la Transformación de Clark ( $TC$ ) presentada en (2.5).

$$TC = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Las tensiones, corrientes y flujos se pueden transformar al marco de referencia  $\alpha\beta$ , de la siguiente forma:

$$v_{\alpha\beta} = TC \cdot v_k \quad i_{\alpha\beta} = TC \cdot i_k \quad \psi_{\alpha\beta} = TC \cdot \psi_k \quad (2.6)$$

Aplicando (2.6) en el sistema dinámico (2.2) y teniendo en cuenta que  $v_{kr} = 0$  (para un motor de inducción *jaula de ardilla*) se puede presentar un modelo dinámico completo transformado al marco de referencia  $\alpha\beta$  del motor inducción como:

$$\dot{x} = A(\omega_r) \cdot x + B \cdot u + \zeta, \quad (2.7)$$

con,

$$x = \begin{bmatrix} i_{s\alpha} & i_{s\beta} & \psi_{r\alpha} & \psi_{r\beta} & \omega_r \end{bmatrix}^T, \quad u = \begin{bmatrix} v_{s\alpha} & v_{s\beta} \end{bmatrix}^T,$$

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & a_2 & a_3 \cdot \omega_r & 0 \\ 0 & a_1 & -a_3 \cdot \omega_r & a_2 & 0 \\ a_6 & 0 & a_5 & -\omega_r & 0 \\ 0 & a_6 & \omega_r & a_5 & 0 \\ -\frac{P^2 \cdot L_M \cdot \psi_{r\beta}}{L_r \cdot J} & \frac{P^2 \cdot L_M \cdot \psi_{r\alpha}}{L_r \cdot J} & 0 & 0 & -\frac{F}{J} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} a_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\zeta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -T_L \cdot \frac{P}{J} \end{bmatrix}^T$$

$$a_1 = -\frac{R_s \cdot L_r^2 + R_r \cdot L_M^2}{L_r \cdot W}, \quad a_2 = \frac{R_r \cdot L_M}{L_r \cdot W}, \quad a_3 = \frac{L_M}{W}, \quad a_4 = \frac{L_r}{W},$$

$$a_5 = -\frac{R_r}{L_r}, \quad a_6 = \frac{R_r \cdot L_M}{L_r}, \quad W = \sigma \cdot L_r \cdot L_s, \quad \sigma = 1 - \frac{L_M^2}{L_r \cdot L_s},$$

donde,  $R$  y  $L$  son los efectos resistivos e inductivos por fase del motor de inducción.

### 2.3. Modelo dinámico del motor de inducción en $dq$

El modelo dinámico del motor inducción se transforma al marco de referencia  $dq$  usando la Transformación de Park ( $TP$ ) presentada en (2.8).

$$TP = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\phi_\Sigma) & \cos(\phi_\Sigma - 2\pi/3) & \cos(\phi_\Sigma + 2\pi/3) \\ \sen(\phi_\Sigma) & \sen(\phi_\Sigma - 2\pi/3) & \sen(\phi_\Sigma + 2\pi/3) \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

donde,  $\phi_\Sigma$  es la diferencia angular entre el estátor y el rotor.

Las tensiones, corrientes y flujos se pueden transformar al marco de referencia  $dq$ , de la siguiente forma:

$$v_{dq} = TP \cdot v_k \quad i_{dq} = TP \cdot i_k \quad \psi_{dq} = TP \cdot \psi_k$$

Realizando el mismo procedimiento que para el modelo dinámico del motor de inducción en  $\alpha\beta$ , se tiene

$$\dot{x} = A(\omega_r, \omega_\Sigma) \cdot x + B \cdot u + \zeta \quad (2.9)$$

Siendo,

$$x = \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} & \psi_{rd} & \psi_{rq} & \omega_r \end{bmatrix}^T, \quad u = \begin{bmatrix} v_{sd} & v_{sq} \end{bmatrix}^T,$$

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & \omega_\Sigma & a_2 & a_3 \cdot \omega_r & 0 \\ -\omega_\Sigma & a_1 & -a_3 \cdot \omega_r & a_2 & 0 \\ a_6 & 0 & a_5 & (\omega_\Sigma - \omega_r) & 0 \\ 0 & a_6 & -(\omega_\Sigma - \omega_r) & a_5 & 0 \\ -\frac{P^2 \cdot L_M \cdot \psi_{rq}}{L_r \cdot J} & \frac{P^2 \cdot L_M \cdot \psi_{rd}}{L_r \cdot J} & 0 & 0 & -\frac{F}{J} \end{bmatrix},$$

donde,  $\omega_\Sigma$  es la velocidad angular de deslizamiento.

En este capítulo no se mostró una transformación detalla a los diferentes marcos de referencia, ya que en esta tesis no se realizó ningún cambio al modelo dinámico del motor inducción. Si el lector esta interesado en profundizar sobre la misma puede consultar las referencias [6, 7].

# Capítulo 3

## Observadores

*En este capítulo se describen cada uno de los observadores utilizados para la propuesta de control de velocidad del motor de inducción. También se cuenta con los diagramas que indican la estabilidad del sistema debido a la ubicación de los polos, haciendo posible su controlabilidad.*

Dado que no es posible tener una medida de los flujos del rotor para un motor de inducción es necesario realizar una estimación de estos a través de un observador de estados. Un observador de estados modela un sistema real cuyos estados convergen a los del sistema observado.

El observador más utilizado en motores de inducción es el observador de Luenberger que a pesar de ser un observador lineal entrega una estimación muy aproximada para este problema [7, 12]. Aunque, el modelo del motor de inducción mostrado en el conjunto de ecuaciones (2.7) o (2.9) es un modelo no lineal, es posible considerarlo como un modelo lineal debido a la actualización que se realiza en cada período de muestreo. Esto indica que el observador requiera un cálculo en línea de las ganancias [2, 7, 20, 21], haciéndolo ineficiente en el momento de la implementación. Sin embargo, si es posible obtener una ganancia global que garantice una buena estimación para cualquier punto de operación del motor de inducción, ya no sería un inconveniente como se propone en esta investigación.

Por otro lado, ya que los sensores de velocidad pueden presentar demasiada susceptibilidad y afectan el controlador, se busca no emplearlos en controles de lazo cerrado [10]. De ahí la necesidad de obtener la velocidad del motor a través de un estimador, para este fin, se utiliza en este trabajo, el observador *Model Reference Adaptive System* o MRAS, utilizado en otros controladores por sus buenas prestaciones [2, 7].

### 3.1. Observador de Luenberger

El observador de Luenberger está diseñado para un sistema en espacio de estados de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A \cdot x + B \cdot u \\ y &= C \cdot x\end{aligned}, \quad (3.1)$$

sabiendo que,  $x$ ,  $u$  y  $y$  son los vectores de estado, entrada y de salida, respectivamente.  $A$ ,  $B$  y  $C$  son matrices de coeficientes constantes.

El observador está descrito de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A \cdot \hat{x} + B \cdot u + L \cdot (y - C \cdot \hat{x}) \\ \hat{y} &= C \cdot \hat{x}\end{aligned}, \quad (3.2)$$

donde,  $\hat{x}$  y  $\hat{y}$  son los vectores de estados y de salidas estimados, respectivamente, y  $L$  es la matriz de ganancias del observador.

El término  $L \cdot (y - C \cdot \hat{x})$  de (3.2), es un valor de corrección calculado a partir de la diferencia entre el estado medido y el estimado. Este término de corrección permite reducir las diferencias entre el modelo dinámico y el sistema real [6, 7, 12]. En la figura 3.1 se puede ver de manera esquemática el sistema en espacio de estados y el observador de Luenberger.

Ahora, obteniendo la dinámica del error en la estimación del estado restando (3.1) y (3.2), se obtiene:

$$\begin{aligned}\dot{x} - \dot{\hat{x}} &= A \cdot x - A \cdot \hat{x} - L \cdot (C \cdot x - C \cdot \hat{x}) \\ &= (A - L \cdot C) \cdot (x - \hat{x})\end{aligned} \quad (3.3)$$

La diferencia entre  $x - \hat{x}$  se puede definir como el vector de error de la siguiente forma:

$$e_x = x - \hat{x}$$

Entonces, el sistema mostrado en (3.3) se puede describir como:

$$\dot{e}_x = (A - L \cdot C) \cdot e_x \quad (3.4)$$

El comportamiento dinámico de (3.4) viene dado por los valores propios de la matriz  $(A - L \cdot C)$ . Lo cual indica que, si la esta matriz es estable,  $e_x$  convergerá a cero sin depender del valor inicial de éste. Lo que conlleva a que,  $\hat{x}$  converja a  $x$  sin considerar los valores iniciales de  $\hat{x}$  y  $x$ . Debido a esto, se deben elegir unos valores propios de la matriz  $(A - L \cdot C)$  de tal manera que el comportamiento dinámico de  $e_x$  sea asintóticamente



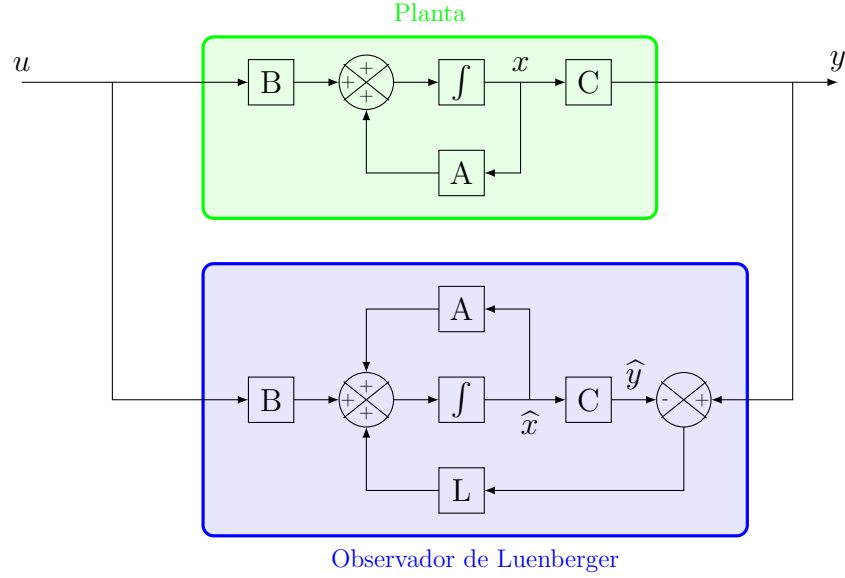


Figura 3.1: Esquema del observador de Luenberger.

estable y suficientemente rápido para que cualquier punto de  $e_x$  tienda a cero con una velocidad adecuada.

En el caso del motor de inducción las variables y matrices tienen la forma mostrada en (2.7):

$$x = \begin{bmatrix} i_{s\alpha} & i_{s\beta} & \psi_{r\alpha} & \psi_{r\beta} \end{bmatrix}^T, \quad u = \begin{bmatrix} v_{s\alpha} & v_{s\beta} \end{bmatrix}^T, \quad y = \begin{bmatrix} i_{s\alpha} & i_{s\beta} \end{bmatrix}^T, \quad (3.5)$$

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & a_2 & a_3 \cdot \omega_r \\ 0 & a_1 & -a_3 \cdot \omega_r & a_2 \\ a_6 & 0 & a_5 & -\omega_r \\ 0 & a_6 & \omega_r & a_5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} a_4 & 0 \\ 0 & a_4 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Como es posible observar en (3.5), la matriz  $A$  no es constante y depende de la velocidad del rotor. Una solución clásica a este problema es hallar una matriz de ganancias  $L$  dinámica, la cual se actualiza de acuerdo al valor de la velocidad del rotor [2, 7, 20, 21]. Sin embargo, esto puede ser un problema al momento de la implementación, ya que se debe realizar el cálculo de esta matriz cada vez que cambie la velocidad del rotor del motor.

En esta investigación se propone encontrar una matriz de ganancias  $L$  que garantice

que la matriz  $(A - L \cdot C)$  tenga valores propios estables para cualquier valor de velocidad. Esto es posible de realizar, ya que la velocidad de la máquina está acotada entre un valor máximo y mínimo dados por los límites operativos de esta. En la tabla 3.1 se muestran los datos por unidad de un motor de inducción tomados de [7, Cap. 8].

En la figura 3.2 se muestran como se mueven los valores propios de la matriz  $A$  para una variación de la velocidad del motor de inducción entre -1,1 a 1,1 en pu.

En la figura 3.2 se puede observar que los valores propios del motor de inducción están en un rango específico. Debido a esto, es posible encontrar una matriz de ganancias  $L$  que garantice  $\hat{x}$  convergerá a  $x$  sin depender del punto de operación del motor.

El valor de la matriz de ganancias  $L$  se halla utilizando la técnica de asignaturas propias descrita en [12]. Esta técnica permite ubicar los valores propios del observador en cualquier parte con algunas restricciones como: no ubicar dos valores propios en el mismo punto, y no ubicar ningún valor propio de lazo cerrado en los que ya tiene el sistema. En la ubicación de los valores propios del observador se utiliza el criterio descrito en (3.6), recomendado en [12]. La idea de este criterio es garantizar que el observador responda lo

Tabla 3.1: Datos de un motor de inducción en [pu].

$R_s$	$R_r$	$L_s$	$L_r$	$L_M$	$J$	$P$	$F$
0,045	0,045	1,927	1,927	1,85	5,9	1	0,001

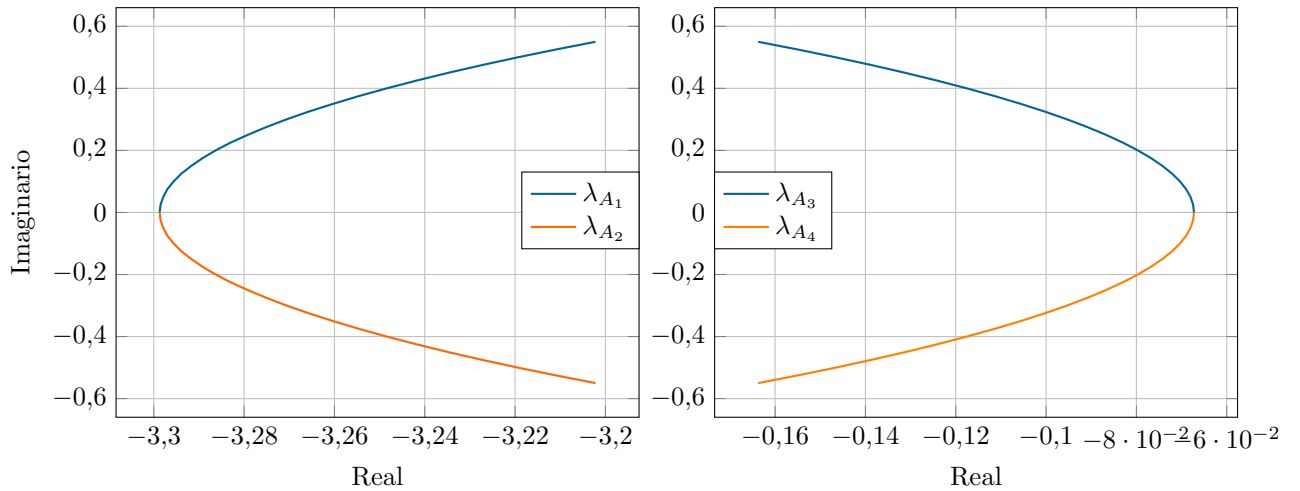


Figura 3.2: Valores propios en lazo abierto del motor inducción.

suficientemente rápido y así obtener una estimación adecuada de las variables de estado.

$$\text{Real}(\hat{\lambda}) = 10 \cdot \text{Real}(\lambda_A), \quad (3.6)$$

donde,  $\text{Real}(\cdot)$  denota la parte real,  $\hat{\lambda}$  y  $\lambda_A$  son los valores propios del observador y del motor de inducción en lazo abierto, respectivamente.

En la figura 3.3 se comparan los valores propios del observador con los del motor de inducción para una variación de la velocidad del motor de inducción entre -1,1 a 1,1 en pu. La matriz de ganancias  $L$  ha sido calculada a velocidad nominal ( $\omega_r = 1$  pu).

En la figura 3.3 se puede apreciar que los valores propios del observador se encuentran más a la izquierda que los valores propios del motor de inducción, esto indica que la respuesta del observador es más rápida y así garantizando que  $\hat{x}$  tiende a  $x$  para cualquier velocidad de operación del motor. Es importante recordar que la matriz de ganancias  $L$  es constante y es calculada a velocidad nominal, lo cual lo hace más adecuado al momento de la implementación con respecto a trabajos que consideran la matriz de ganancias  $L$  dependientes de la velocidad.

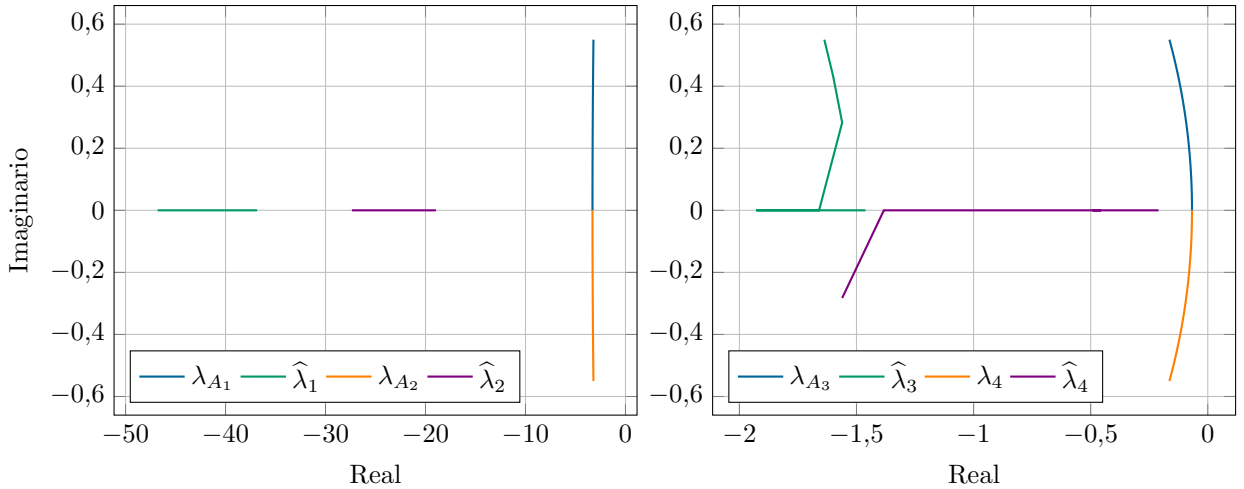


Figura 3.3: Comparación entre los valores propios del observador y del motor de inducción.

## 3.2. Observador de velocidad

El modelo clásico basado en el flujo del rotor para estimar la velocidad del motor de inducción es llamado observador *Model Reference Adaptive System* o MRAS, el cual fue propuesto por Schauder [22]. Este esquema es uno de los estimadores de velocidad de rotor más comunes debido a su simplicidad y resultados aceptables [7, 10, 15, 20].

El observador MRAS aprovecha el uso de dos modelos del motor de inducción independientes para estimar la misma variable de estado como lo es el flujo del rotor. Los modelos matemáticos utilizados son el modelo de referencia y el modelo adaptativo.

El modelo de referencia está basado en las ecuaciones de tensión del estátor mostrado en (2.7), el cual se emplea para observar los flujos de rotor con el observador de *Luenberger*. El modelo adaptativo se basa en las ecuaciones de tensión del rotor en el marco de referencia del estátor las cuales se pueden escribir como:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{T_r} & -\omega_r \\ \omega_r & \frac{-1}{T_r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \psi_{r\alpha} \\ \psi_{r\beta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\psi}_{r\alpha} \\ \dot{\psi}_{r\beta} \end{bmatrix} + \frac{L_M}{T_r} \cdot \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

De (3.7) se puede despejar la dinámica de los flujos de rotor y utilizar ésta como otro estimador de flujos del rotor como se muestra en (3.8).

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\psi}}_{r\alpha} \\ \dot{\hat{\psi}}_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{T_r} & -\hat{\omega}_r \\ \hat{\omega}_r & \frac{-1}{T_r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\psi}_{r\alpha} \\ \hat{\psi}_{r\beta} \end{bmatrix} + \frac{L_M}{T_r} \cdot \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

sabiendo que,  $T_r$  es conocida como la constante de tiempo del rotor y es igual a  $\frac{L_r}{R_r}$ .

El error de estimación entre los dos modelos de flujos estimados se utiliza para generar un mecanismo apropiado para estimar la velocidad. Este diseño es basado principalmente en la teoría de la hiperstabilidad [13] y, como resultado de la teoría, la señal de error de ajuste de velocidad se puede escribir como:

$$\xi = \hat{\psi}_{r\beta}^{(1)} \cdot \hat{\psi}_{r\alpha}^{(2)} - \hat{\psi}_{r\alpha}^{(1)} \cdot \hat{\psi}_{r\beta}^{(2)},$$

donde,  $\hat{\psi}_{r\alpha\beta}^{(1)}$  son los flujos del rotor estimados por el modelo de referencia, y  $\hat{\psi}_{r\alpha\beta}^{(2)}$  son los flujos del rotor estimados por el modelo adaptativo.

Se utiliza un controlador PI para minimizar este error, que a su vez genera la velocidad estimada en su salida de la siguiente manera:

$$\hat{\omega}_r = K_p \cdot \xi + K_i \int \xi \cdot dt$$

donde,  $K_p$  y  $K_i$  son las constantes proporcional e integral del PI, respectivamente. En la figura 3.4 se presenta el esquema del observador MRAS.

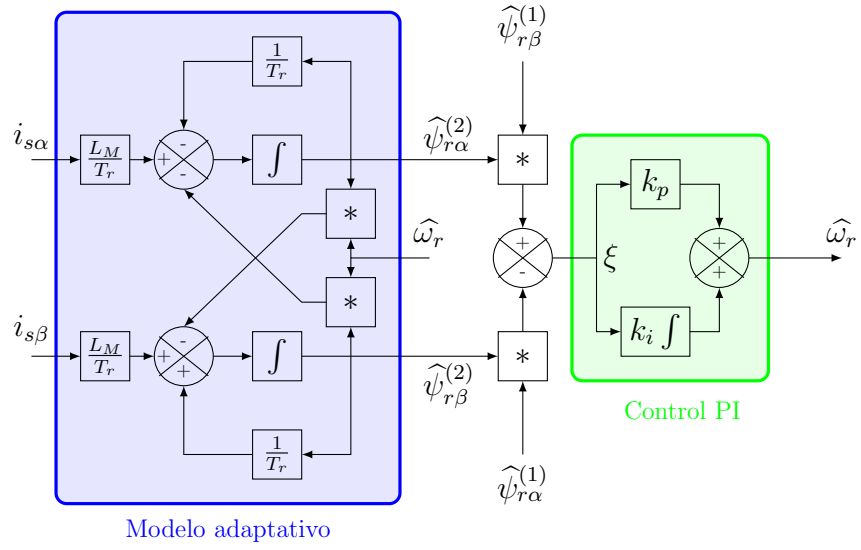


Figura 3.4: Estimador de velocidad MRAS.

## Capítulo 4

# Controles de velocidad en el motor de inducción

*El capítulo se inicia con los controles de velocidad aplicados hasta hace unas décadas, para un motor de inducción de rotor devanado. Se enfatiza sobre la importancia en avances de nuevas técnicas de controladores modernos empleados para controlar la velocidad de un motor de inducción, siendo esta la base para el desarrollo del proyecto. El primer controlador moderno que se presenta en el capítulo es el clásico Proporcional e Integral PI, que se constituye en el fundamento para los dos controladores propuestos en el proyecto. El primero es un controlador lineal basado en la teoría Linear Quadratic Regulator (LQR) y el segundo control que se presenta es no lineal. De esta manera se plantea mejorar la respuesta dinámica del controlador de velocidad.*

Inicialmente en los motores de inducción la variación y control de velocidad se garantizaba gracias a métodos como [3]:

- Variar la velocidad síncrona a través del cambio de factores como la frecuencia eléctrica  $f_e$  y el número de polos  $p$  de la máquina.
- Modificar el deslizamiento del motor de inducción de rotor devanado para una carga dada, variando la resistencia del rotor o a través del cambio de tensión en terminales del motor.

Sin embargo, los avances en electrónica de potencia, el desarrollo de microcontroladores, y el progreso en controladores que ofrecen mayor robustez, han permitido establecer nuevos

métodos de control para la velocidad en motores de ac, desplazando el uso de los motores dc por el motor de inducción jaula de ardilla como se ha mencionado en el Capítulo 1.

Para las máquinas ac se pueden implementar controles de lazo abierto y cerrado, clasificados como de tipo escalar y vectorial vistos en el primer capítulo en la figura 1. Cuando la máquina tiene un par constante y la regulación de velocidad no es estricta, se puede emplear un control de lazo abierto. Si se debe realizar un control en la velocidad preciso y además tiempos de respuesta dinámicos rápidos, se implementa el control en lazo cerrado.

Los controles escalar y vectorial se pueden subdividir según [2, 9] como:

- Control escalar de voltaje-frecuencia  $V/f$ .
- Control escalar de corriente en el estator y frecuencia de deslizamiento.
- Control vectorial directo e indirecto por campo orientado *Field Oriented Control* (FOC).
- Control vectorial directo del par y del vector flujo del estátor.

El control escalar se puede implementar de forma sencilla, sin embargo, aunque presenta una respuesta aceptable en estado estacionario, los transitorios no son controlados y esto hace que su respuesta sea lenta. Razón por la cual se utilizan en este proyecto controles vectoriales de lazo cerrado [7] particularmente el control FOC. Este tipo de controlador permite tratar la máquina de inducción como una máquina dc de excitación separada, puesto que se pueden desacoplar el flujo del rotor y el par electromagnético, gracias a la representación de las variables de la máquina como las tensiones, corrientes y flujos en vectores de espacio para un sistema de coordenadas en cuadratura arbitrario.

En las siguientes secciones del capítulo, se muestran las teorías de cada controladores empleados en esta investigación, teniendo en cuenta que todos los controladores se ejecutan con el modelo en el marco de referencia giratorio  $dq$  presentado en (2.9).

## 4.1. Control clásico proporcional e integral para el motor de inducción

El control PI es la estructura más usual entre los controladores debido a su acción integral que es una de las maneras más sencillas de eliminar el error en régimen permanente. Esta acción de control define una señal de control como:

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + K_i \int_0^t e(t') \cdot dt'$$

donde,  $K_p$  y  $K_i$  son las ganancias proporcional e integral, respectivamente,  $e(t')$  es el error de la señal medida (por simplicidad, la variable  $t$  se eliminará en las siguientes ecuaciones).

En la figura 4.1 se muestra el esquema de control clásico PI para el motor de inducción.

Se requiere de las tres señales de corriente del estátor, que son convertidas al eje de referencia estático mediante el bloque  $abc/\alpha\beta$ . Estas posteriormente son la señal de entrada en los observadores de Luenberger y Adaptativo, que estiman los flujos del rotor  $\hat{\psi}_\alpha$ ,  $\hat{\psi}_\beta$  y velocidad del rotor  $\hat{\omega}_r$ , respectivamente.

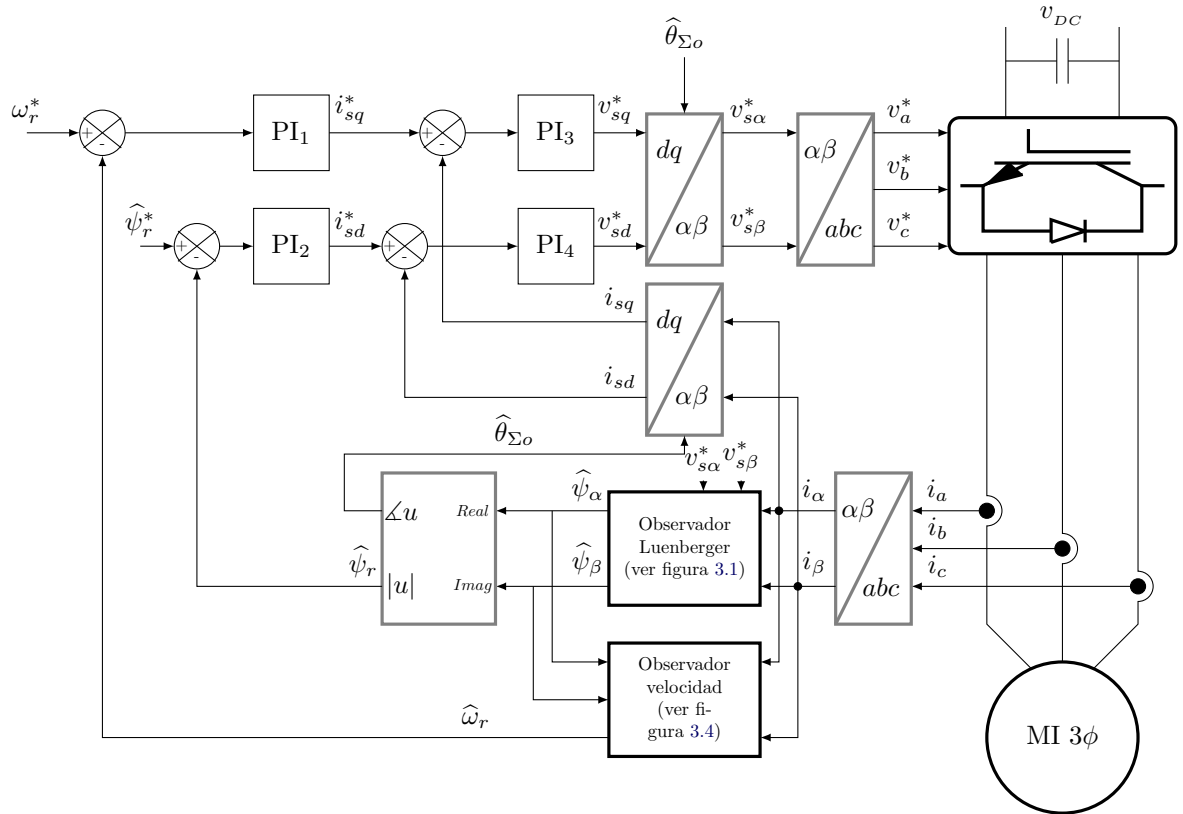


Figura 4.1: Esquema de control PI para motor de inducción.



## 4.2. Control lineal basado en LQR para motor de inducción

El controlador de velocidad se realiza en función de la técnica de control lineal LQR cuya ventaja se presenta en la proporcionalidad entre la entrada de control y el error al cuadrado, por lo tanto, si el error es alto, la minimización es más rápida o viceversa [12,17]. Debido a que, el modelo dinámico del motor es no lineal, se debe linealizar respecto al punto de operación, como se presenta a continuación:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_o \cdot x + B_o \cdot u + \zeta \\ y &= C \cdot x \end{aligned} \quad (4.1)$$

con,

$$x = \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} & \psi_{rd} & \psi_{rq} & \omega_r \end{bmatrix}^T, \quad u = \begin{bmatrix} \omega_\Sigma & v_{sd} & v_{sq} \end{bmatrix}^T, \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \psi_{rd} & \psi_{rq} & \omega_r \end{bmatrix}^T,$$

$$A_o = \begin{bmatrix} a_1 & \omega_{\Sigma o} & a_2 & a_3 \cdot \omega_{ro} & a_3 \cdot \psi_{rqo} \\ -\omega_{\Sigma o} & a_1 & -a_3 \cdot \omega_{ro} & -a_2 & -a_3 \cdot \psi_{rdo} \\ a_6 & 0 & a_5 & (\omega_{\Sigma o} - \omega_{ro}) & -\psi_{rqo} \\ 0 & a_6 & -(\omega_{\Sigma o} - \omega_{ro}) & a_5 & \psi_{rdo} \\ -\frac{P^2 \cdot L_M \cdot \psi_{rqo}}{J \cdot L_r} & \frac{P^2 \cdot L_M \cdot \psi_{rdo}}{J \cdot L_r} & \frac{P^2 \cdot L_M \cdot i_{sqo}}{J \cdot L_r} & -\frac{P^2 \cdot L_M \cdot i_{sdo}}{J \cdot L_r} & -\frac{F}{J} \end{bmatrix},$$

$$B_o = \begin{bmatrix} i_{sqo} & a_4 & 0 \\ -i_{sdo} & 0 & a_4 \\ \psi_{rqo} & 0 & 0 \\ -\psi_{rdo} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

donde, el subíndice  $o$  indica el valor de la variables respecto al punto de operación donde se esté trabajando. Observe que, en esta investigación se propone utilizar  $\omega_\Sigma$  como una señal de control, ya que con esta se pueden controlar los cambios de marco de referencia de las variables y así obtener un mejor control. La ley de control es determinada como:

$$u = -k \cdot x, \quad (4.2)$$

donde,  $k$  se calcula con LQR como se muestra en el Apéndice A para hacer que el sistema en lazo cerrado alcance el estado cero. Sin embargo, en la mayoría de las aplicaciones se desea operar en un estado diferente de cero y con el fin de reducir el error de seguimiento

a cero se trabajan dos esquemas de seguimiento. El primero, se denomina seguimiento con matriz de ganancia directa y el segundo es seguimiento con acción integral. En ambos esquemas se diseña una ley de control para asegurar que el error de seguimiento tiende a cero, lo que significa que el vector de salida  $y(t)$  tiende a un vector de referencia  $r_{ef}(t)$  cuando  $t$  tiende a infinito [12].

#### 4.2.1. Seguimiento con matriz de ganancia directa

La idea principal de este esquema es incluir una matriz de ganancia directa  $k_r$ , con el fin de reducir el error de seguimiento a cero. Esta matriz de ganancia estacionaria se incluye en la ley de control (4.2), como:

$$u = k_r \cdot r_{ef} - k \cdot x, \quad (4.3)$$

donde,  $r_{ef}$  son las referencias deseadas y la matriz de ganancia directa  $k_r$  es calculada como [12]:

$$k_r = -(C \cdot (A_o - B_o \cdot k)^{-1} B_o)^{-1} \quad (4.4)$$

En la figura 4.2 se muestra el diagrama de bloques del controlador con la nueva matriz de ganancia  $k_r$ .

En caso de no poder medir las variables de estado, la ley de control se puede plantear en términos de las variables de estado estimadas  $\hat{x}$  a partir de los observadores mostrados en el capítulo 3, quedando como:

$$u = k_r \cdot r_{ef} - k \cdot \hat{x}$$

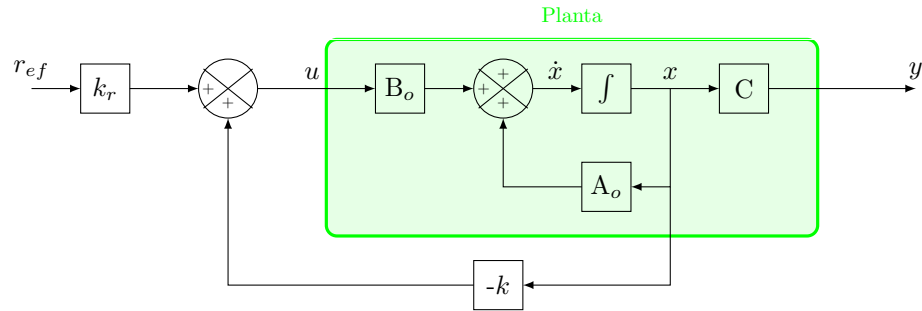


Figura 4.2: Seguimiento con matriz de ganancia directa.

### 4.2.2. Seguimiento con acción integral

La idea principal de este esquema es introducir una acción integral en el controlador con el fin de que el error de estado estacionario sea cero. Esto se logra introduciendo un estado adicional en el controlador, el cual se calcula como la integral de la señal de error para emplearla como un término de retroalimentación. La integral del error de seguimiento se define como [12]:

$$x_r = \int (r_{ef} - y) \cdot dt = \int (r_{ef} - C \cdot x) \cdot dt, \quad (4.5)$$

donde,  $x_r$  es la integral del error de salida que se considera como un estado adicional. Esta variable adicional combinada con el sistema dinámico mostrado en (4.1) genera un espacio de estados aumentado de la siguiente manera:

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A} \cdot \tilde{x} + \tilde{B} \cdot u + \tilde{\zeta} + B_r \cdot r_{ef}, \quad (4.6)$$

con,

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A_o & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{x} = \begin{bmatrix} x \\ x_r \end{bmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{bmatrix} B_o \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\zeta} = \begin{bmatrix} \zeta \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_r = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$$

En consecuencia, esta ganancia estacionaria se incluye en la ley de control, como:

$$u = -k \cdot x + k_i \cdot x_r = -\tilde{k} \cdot \tilde{x}, \quad (4.7)$$

con,

$$\tilde{k} = \begin{bmatrix} k & -k_i \end{bmatrix},$$

donde,  $k_i$  es la matriz de ganancia de acción integral, y  $\tilde{k}$  es la matriz de ganancia del modelo de espacio de estados aumentado. La matriz  $\tilde{k}$  se calcula con el LQR, como se muestra en el Apéndice A. En la figura 4.3 se muestra el diagrama de bloques de seguimiento con acción integral.

Cabe resaltar que las ganancias  $k_r$  y  $k_i$  son análogas a las ganancias proporcional  $K_p$  e integral  $K_i$  del controlador clásico PI, pero se ha ahorrado el proceso de sintonización de los parámetros, puesto que esto se realiza con el LQR.

En la figura 4.4 se muestra el diagrama de bloques con las dos acciones de seguimiento utilizadas en el controlador lineal propuesto en esta tesis, y en la figura 4.5 se presenta el esquema de control LQR completo para el motor de inducción.

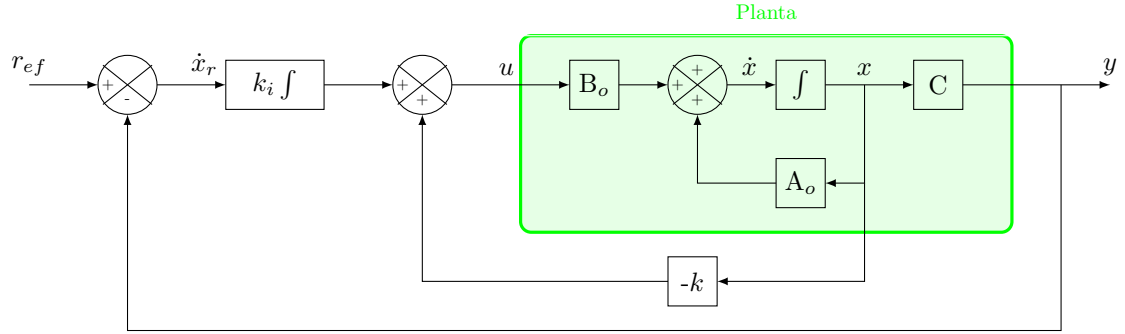
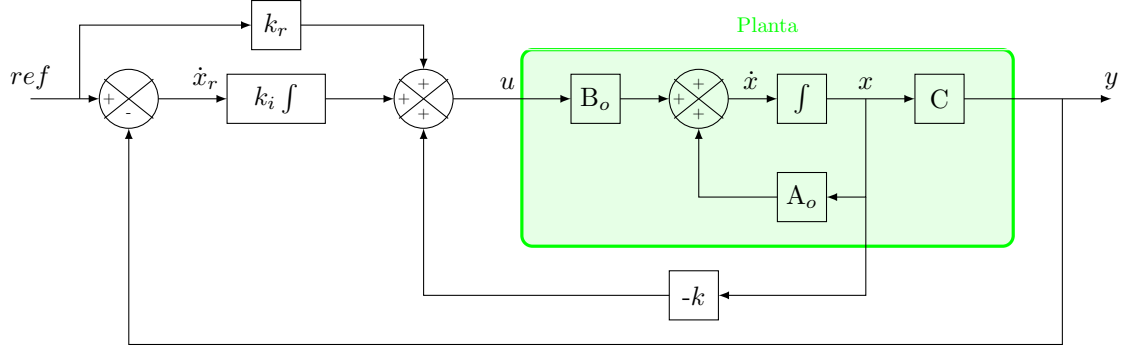


Figura 4.3: Seguimiento con acción integral.

Figura 4.4: Seguimiento completo:  $k_r$  y  $k_i$ .

### 4.3. Control no lineal para motor de inducción

El controlador propuesto aprovecha la relación directa que existe entre las señales de control  $v_{sd}$  y  $v_{sq}$ , y las dinámicas de las corrientes  $i_{sd}$  e  $i_{sq}$ , proponiendo una ley de control que garantice que estas dos variables se comporten en lazo cerrado como un sistema lineal. Recordando que estas dos dinámicas se comportan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{i}_{sd} &= a_1 \cdot i_{sd} + \omega_{\Sigma o} \cdot i_{sq} + a_2 \cdot \psi_{sd} + a_3 \cdot \omega_r \cdot \psi_{sq} + a_4 \cdot v_{sd} \\ \dot{i}_{sq} &= -\omega_{\Sigma o} \cdot i_{sd} + a_1 \cdot i_{sq} - a_3 \cdot \omega_r \cdot \psi_{sd} + a_2 \cdot \psi_{sq} + a_4 \cdot v_{sq} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Para diseñar el controlador se proponen los siguientes pasos:

- Con el fin de controlar la corriente  $i_{sd}$  en el motor de inducción, se emplea la primera ecuación de (4.8) para obtener una ley de control para  $v_{sd}$ , que permite llevar  $i_{sd}$  a

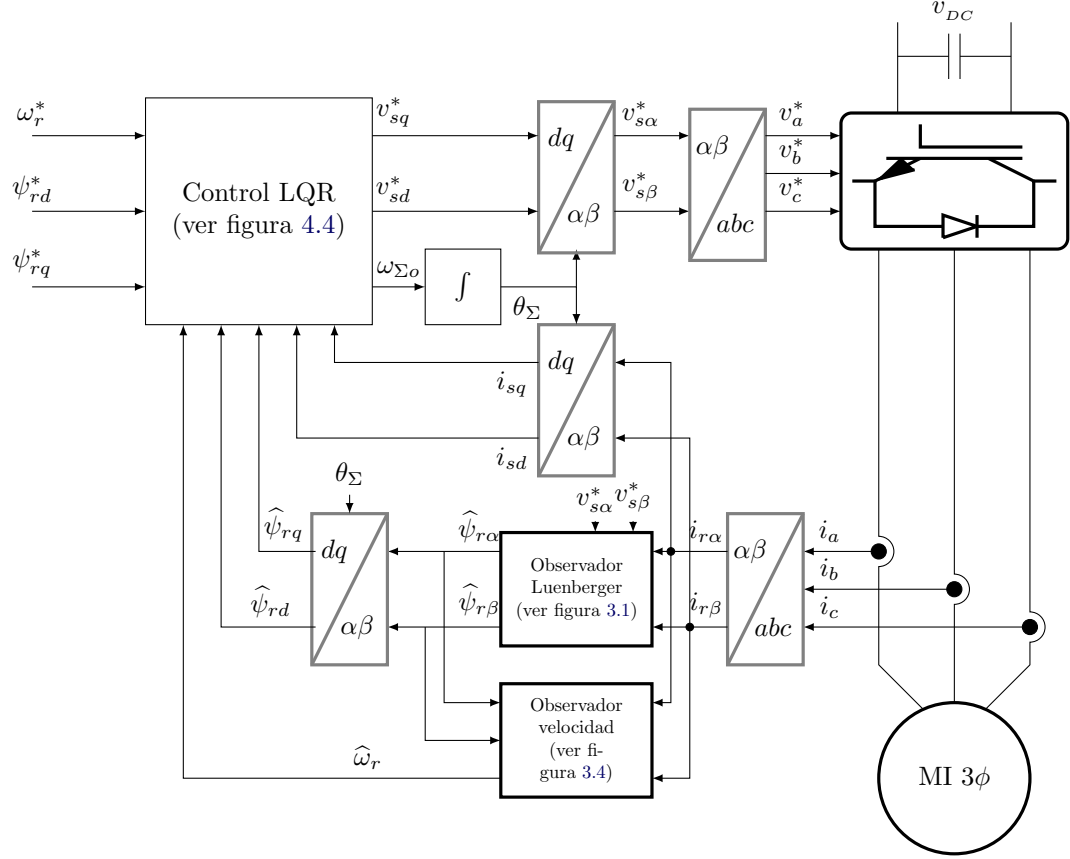


Figura 4.5: Esquema de control LQR para motor de inducción.

cualquier referencia arbitraria.

$$v_{sd} = \frac{-a_1 \cdot i_{sd} - \omega_{\Sigma o} \cdot i_{sq} - a_2 \cdot \psi_{sd} - a_3 \cdot \omega_r \cdot \psi_{sq} - k_d(i_{sd} - i_{sd}^*)}{a_4}, \quad (4.9)$$

donde,  $k_d$  corresponde a una ganancia proporcional positiva, la cual permite controlar  $i_{sd}$ , y  $i_{sd}^*$  es la referencia deseada para esta corriente.

- Con el fin de controlar la corriente  $i_{sq}$  en el motor de inducción, se emplea la segunda ecuación de (4.8) para obtener la ley de control para  $v_{sq}$ , que permite llevar  $i_{sq}$  a cualquier referencia arbitraria.

$$v_{sq} = \frac{-a_1 \cdot i_{sq} + \omega_{\Sigma o} \cdot i_{sd} - a_2 \cdot \psi_{sq} + a_3 \cdot \omega_r \cdot \psi_{sd} - k_q(i_{sq} - i_{sq}^*)}{a_4}, \quad (4.10)$$

donde,  $k_q$  corresponde a una ganancia proporcional positiva, que permite controlar  $i_{sq}$ , y  $i_{sq}^*$  es la referencia deseada para esta corriente.

Ahora solo falta definir  $i_{sd}^*$  e  $i_{sq}^*$  de tal manera que se pueda controlar la velocidad del motor de inducción, y como no es posible obtener una relación directa entre estas variables, se emplea la misma lógica del controlador clásico PI en esta situación. Las corrientes de referencia  $i_{sd}^*$  e  $i_{sq}^*$  se pueden definir como:

$$\begin{aligned} i_{sd}^{ref} &= K_p^\omega \Delta\omega + K_i^\omega \int_0^t \Delta\omega dt' \\ i_{sq}^{ref} &= K_p^\psi \Delta\psi_r + K_i^\psi \int_0^t \Delta\psi_r dt' \end{aligned} \quad , \quad (4.11)$$

con,

$$\Delta\omega = \omega_r^* - \omega_r \quad \Delta\psi_r = \psi_r^* - \psi_r \quad ,$$

donde, los superíndices  $\omega$  y  $\psi$  hacen referencia a las ganancias involucradas con la velocidad y la magnitud del flujo del rotor del motor de inducción, respectivamente.  $K_p$  y  $K_i$  son las ganancias proporcional e integral, correspondientemente.  $\omega_r^*$  y  $\psi_r^*$  son las referencias deseadas de la velocidad y de la magnitud del flujo del rotor del motor de inducción, respectivamente. En la figura 4.6 se muestra el esquema completo del controlador no lineal propuesto.

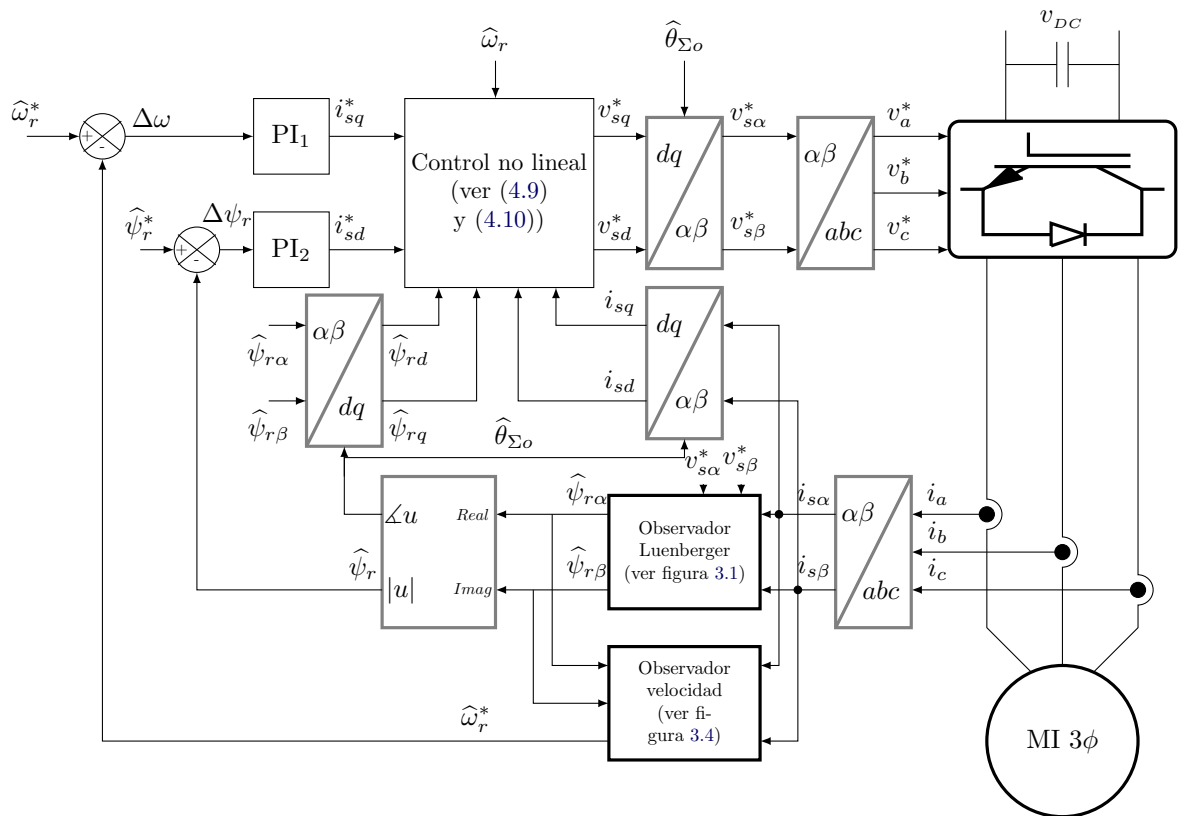


Figura 4.6: Esquema de control no lineal para motor de inducción.

# Capítulo 5

## Resultados

*Este capítulo muestra los resultados más relevantes de la investigación realizada. Primero se presentan todos los parámetros de simulación utilizados y luego, se presentan los desempeños en los dos observadores empleados, así como el de los controladores propuestos comparados con el clásico PI para el motor de inducción, teniendo en cuenta que se ha utilizado la herramienta de simulación MatLab/Simulink.*

### 5.1. Parámetros

Los observadores y controladores empleados necesitan inicialmente de los parámetros del motor de inducción, los cuales son mostrados en la tabla 5.1 y estos fueron tomados de [7, Cap. 8].

Con los parámetros del motor de inducción ya definidos, es posible determinar las matrices del sistema dinámicos mostrado en (2.9).



Tabla 5.1: Datos de un motor de inducción en [pu].

$R_s$	$R_r$	$L_s$	$L_r$	$L_M$	$J$	$F$	$P$
0,045	0,045	1,927	1,927	1,85	5,9	0,001	1

$$A = \begin{bmatrix} -3,2341 & \omega_\Sigma & 0,8385 & 6,3611 \cdot \omega_r & 0 \\ -\omega_\Sigma & -3,2341 & -6,3611 \cdot \omega_r & 0,8385 & 0 \\ 0,2439 & 0 & -0,1318 & \omega_\Sigma - \omega_r & 0 \\ 0 & 0,2439 & -(\omega_\Sigma - \omega_r) & -0,1318 & 0 \\ -0,1627 \cdot \psi_{rq} & 0,1627 \cdot \psi_{rd} & 0 & 0 & 1,69 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 6,6259 & 0 \\ 0 & 6,6259 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \zeta = T_L \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0,169 \end{bmatrix}$$

Ahora son definidos los parámetros para cada controlador trabajado en esta tesis.

### 5.1.1. Parámetros para el controlador clásico PI

En la tabla 5.2 se muestran los ganancias de los cuatros PIs que necesita el esquema del controlador clásico PI descrito en la figura 4.1. Estos parámetros son tomados de [7, Cap. 4].

Tabla 5.2: Parámetros los ganancias de los PIs del controlador clásico PI

PI <sub>1</sub>		PI <sub>2</sub>		PI <sub>3</sub>		PI <sub>4</sub>	
$K_p$	$K_i$	$K_p$	$K_i$	$K_p$	$K_i$	$K_p$	$K_i$
50	0,08	40	0,1	50	0,008	40	0,01

### 5.1.2. Parámetros para el controlador lineal basado en LQR

Todos de los parámetros para el controlador propuesto lineal basado en LQR se calculan en el punto de trabajo a condición nominal  $\omega_r = 1,0$  pu. Después, de definir el punto de

trabajo se calculan las matrices  $A_o$  y  $B_o$  mostradas en la sección 4.2,

$$A_o = \begin{bmatrix} -3,2341 & 0,9666 & 0,8385 & 6,1151 & 0 \\ -0,9666 & -3,2341 & -6,1151 & -0,8385 & -6,4008 \\ 0,2439 & 0 & -0,1318 & 0,0053 & 0 \\ 0 & 0,2439 & -0,0053 & -0,1318 & 1,0062 \\ 0 & 5,6996 & 3,0410 & -0,7097 & 1,69 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix},$$

$$B_o = \begin{bmatrix} 0,5369 & 6,6259 & 0 \\ -0,1253 & 0 & 6,6259 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1,0062 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Adicionalmente, se necesita definir las matrices  $Q$  y  $R$ , las cuales se sintonizaron en los siguientes valores:

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{10} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 120 & 0 & 0 \\ 0 & 60 & 0 \\ 0 & 0 & 60 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Con las matrices definida en (5.1) y la función *lqr* de MatLab se obtiene la matriz  $\tilde{k}$  mostrada en la sección 4.2.

$$\tilde{k} = \begin{bmatrix} -0,023 & 0,009 & -0,211 & -0,879 & 0,039 & -3 \cdot 10^{-5} & 0,274 & 0,090 \\ 0,234 & -0,126 & 1,319 & 0,445 & -0,204 & 9 \cdot 10^{-6} & 0,128 & -0,387 \\ -0,126 & 148,5 & 78,6 & -18,679 & 12908 & -0,408 & -4 \cdot 10^{-5} & -2 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$$

Recordando que  $\tilde{k} = [k \quad -k_i]$  y por comparación, se obtiene la matriz de retroalimentación  $k$  y la matriz de la acción integral  $k_i$  para el controlador LQR. La matriz de ganancia directa  $k_r$  es obtenida aplicando (4.4):

$$k_r = \begin{bmatrix} 1,039 & -0,978 & -0,363 \\ -0,285 & -0,519 & 1,739 \\ 12909 & 14,8 \cdot 10^{-5} & 12,810^{-5} \end{bmatrix}$$

### 5.1.3. Parámetros para el controlador no lineal

Los únicos parámetros que se deben definir para el controlador propuesto no lineal son  $k_d$  y  $k_q$ , ya que se utiliza los mismos parámetros del controlador clásico PI (ver tabla 5.2) en la parte PI de este. Esto se realizó con el objetivo de que los controladores sean comparables.

$$k_d = 800 \quad k_q = 800$$

## 5.2. Desempeño de los observadores

En esta sección se expone el desempeño del estimador de flujos del rotor empleando el observador de Luenberger y el estimador de velocidad basado en MRAS presentados en el Capítulo 3. Para ello, se presentan dos casos en donde se varía la velocidad en el eje del motor.

### 5.2.1. Caso I

En este caso se propone la variación de la velocidad del motor de inducción como una función rampa en un intervalo de  $[-1, 1]$  pu. El objetivo es exponer la capacidad de los observadores para estimar las variables en un rango de operación práctico del motor de inducción. La figura 5.1 ilustra los flujos del rotor, las estimaciones de estos y los errores de estimación para el este caso.

En la figura 5.1(a) se puede apreciar que, los flujos del rotor son estimados adecuadamente, lo cual se muestra en las figuras 5.1(b) y 5.1(c). La figura 5.2 presenta la velocidad de referencia como la velocidad estimada, así mismo, el error de estimación para el caso I.

En la figura 5.2(a) se puede observar que la velocidad estimada sigue a la de referencia de forma adecuada como se puede notar en el error de estimación mostrado en la figura 5.2(b). Esto se debe a la excelente estimación de los flujos del rotor, puesto que para estimar la velocidad del motor de inducción, se depende del error cruzado de los flujos, como fue presentado en la sección 3.2.

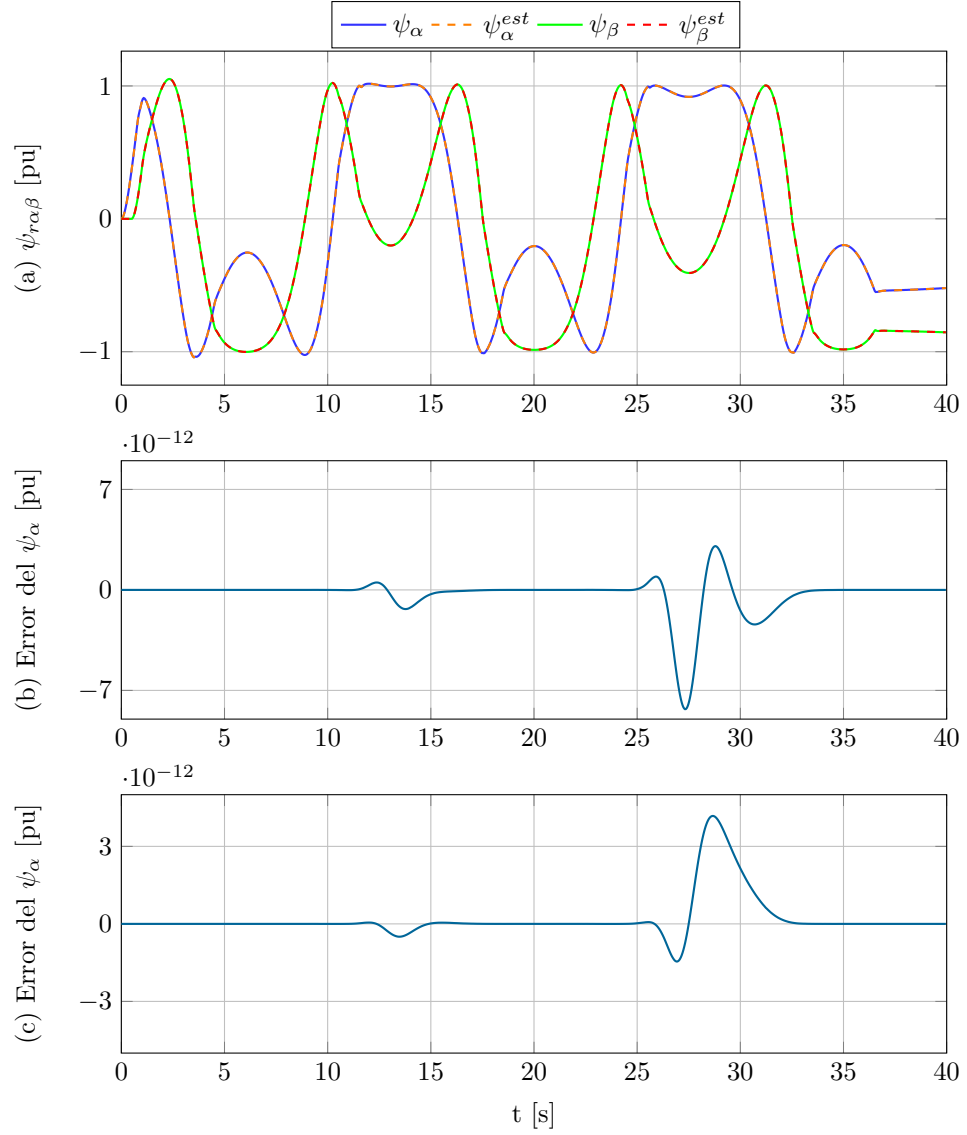


Figura 5.1: Respuesta del observador de los flujos del rotor para el caso I: (a) Flujos del rotor y su estimación (pu). (b) Error en la estimación del  $\psi_\alpha$ . (c) Error en la estimación del  $\psi_\beta$ .

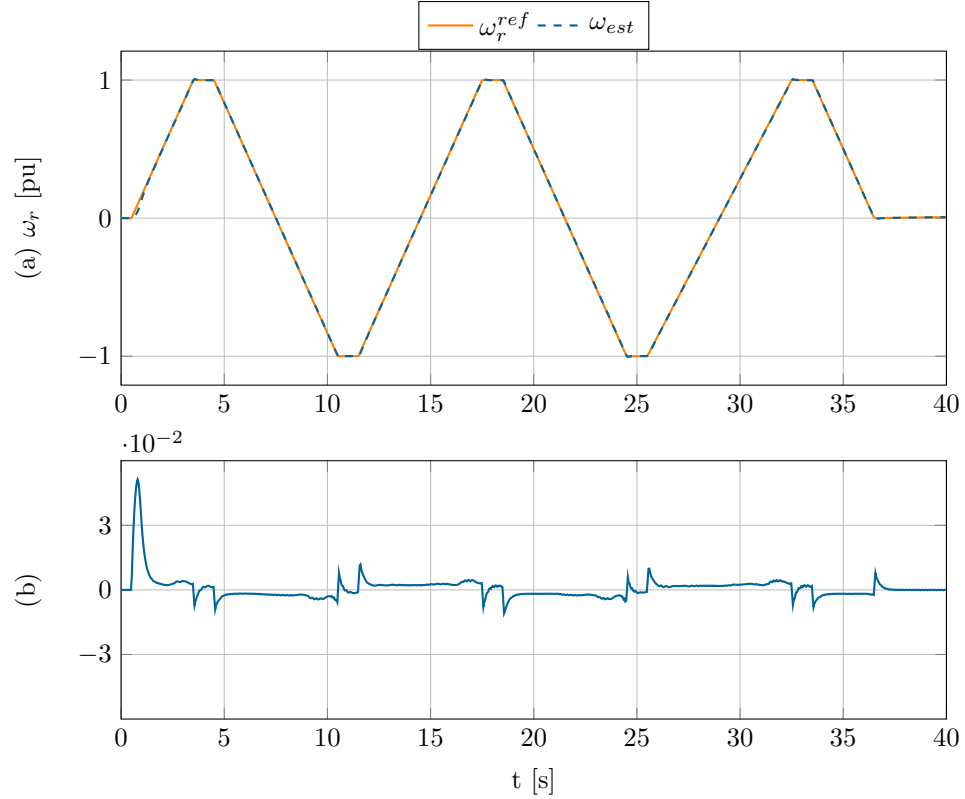


Figura 5.2: Respuesta del observador de velocidad, caso I: (a) Velocidad del motor de inducción y su estimación (pu). (b) Error en la estimación de velocidad.

### 5.2.2. Caso II

En este caso se propone variar la velocidad del motor de inducción representada como una función sinusoidal en el intervalo  $[-1, 1]$  pu, con el propósito de comprobar que los observadores son capaces de estimar las variables ante un cambio constante de las referencias. La figura 5.3 muestra los flujos del rotor y sus estimados así como los errores entre estos para el este caso.

La estimación de los flujos del rotor tiene un buen desempeño como observa en la figura 5.3(a). Los errores de estimación no tienen un cambio considerable respecto a los presentados en el caso I, como se puede apreciar en las figuras 5.3(b) y 5.3(c). Esto indica que la metodología propuesta para estimar los flujos con la matriz constante  $L$  en el observador de Luenberger, como se planteó en la sección 3.1 es una metodología aceptable

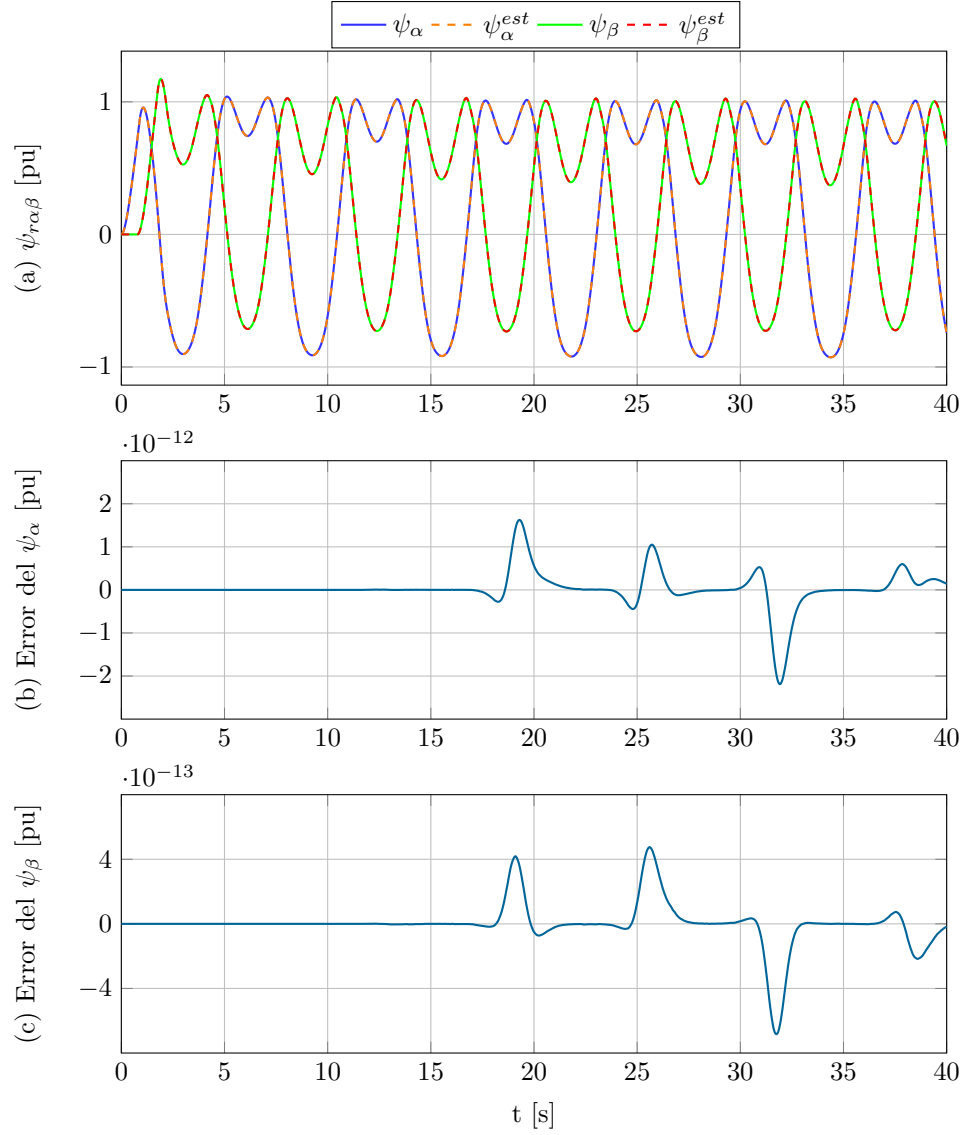


Figura 5.3: Respuesta del observador de los flujos del rotor para el caso II: (a) Flujos del rotor y su estimación (pu). (b) Error de la estimación del  $\psi_\alpha$ . (c) Error de la estimación del  $\psi_\beta$ .

y la hace eficiente en el momento de implementarla respecto a otras investigaciones donde, consideran la matriz de ganancias  $L$  como una función de la velocidad [2,7,20,21]. La figura

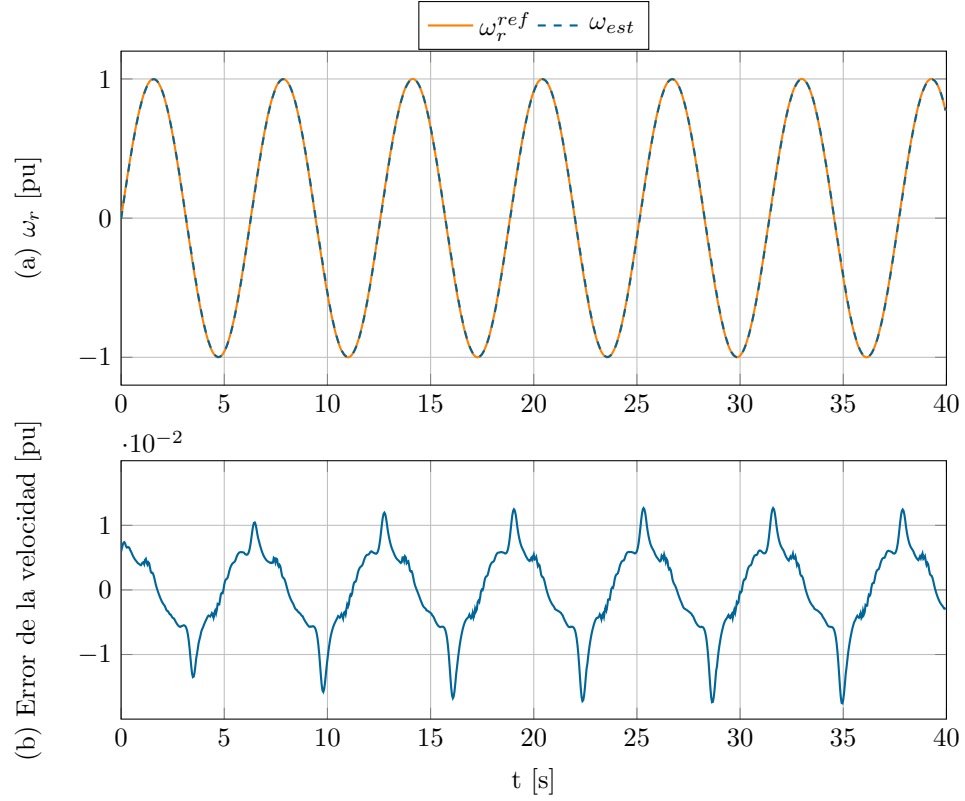


Figura 5.4: Respuesta del observador de velocidad para el caso II: (a) Velocidad del motor de inducción y su estimación (pu). (b) Error en la estimación de velocidad.

5.4 ilustra la velocidad de referencia como la velocidad estimada, así mismo, el error de estimación para el caso II.

En la figura 5.4(a) se observa que la velocidad estimada no presenta inconveniente para seguir su referencia, a pesar que ésta se encuentre cambiando de forma sinusoidal. También, cabe notar que el error de estimación no crece a pesar de ser la señal de referencia dada en ciclos (ver figura 5.4(b)).

### 5.3. Funcionalidad de los controladores

En esta sección se realiza la comparación del control de velocidad del motor de inducción entre los controladores propuestos y el controlador clásico PI expuestos en el

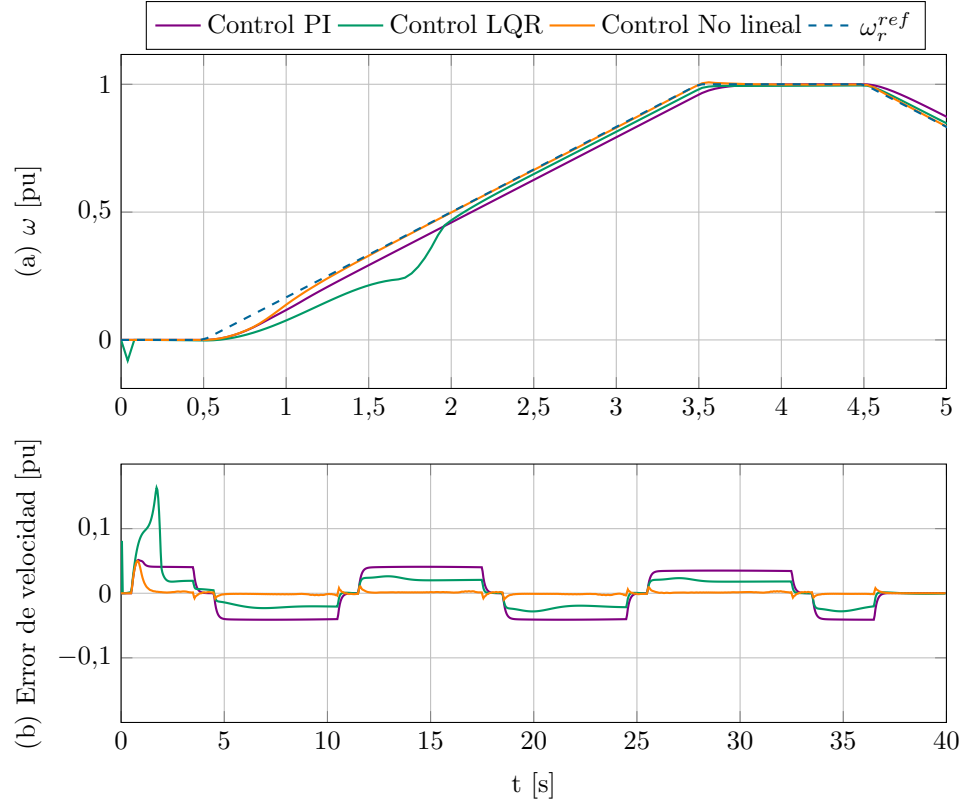


Figura 5.5: Respuestas de los controladores de velocidad para el caso I: (a) Resultado de los controles de velocidad del motor de inducción respecto a la velocidad de referencia (pu). (b) Error obtenido para cada controlador de velocidad.

Capítulo 4. Se plantean tres casos de estudio con la finalidad de mostrar el desempeño de los controladores presentados.

### 5.3.1. Caso I

En este caso se utiliza la misma referencia de velocidad mostrada en la sección 5.2.1. La figura 5.5 muestra las respuestas de los controladores propuestos y el controlador clásico PI, así mismo, sus respectivos errores.

En la figura 5.5(a) se puede notar que el controlador no lineal propuesto y el controlador clásico PI tienen una mejor respuesta en el momento del arranque que el controlador LQR, lo cual se puede comprobar en la figura 5.5(b), donde controlador LQR tiene un



mayor error hasta un tiempo de 1,8 s aproximadamente. Después de este instante, se percibe claramente como el controlador LQR tiene un mejor desempeño, presentando un error promedio de 0,0195 respecto al el controlador PI con error promedio de 0,0307. Esto se debe a que, el controlador PI tiene un mayor error cuando la referencia cambia constantemente, como por ejemplo, se puede apreciar en el intervalo de tiempo de 5 s a 10 s en la figura 5.5(b). El controlador no lineal propuesto presenta una mejor respuesta que los otros dos controladores con un error promedio de 0,0021.

### 5.3.2. Caso II

En este caso se utiliza la misma referencia de velocidad mostrada en la sección 5.2.2. La figura 5.6 presenta las respuestas de los controladores propuestos y el controlador clásico PI, con sus respectivos errores.

En la figura 5.6(a) nuevamente se nota que los controladores no lineal y el PI tienen una mejor respuesta durante los primeros 2,5 s comparados con el controlador LQR (momento de arranque), esto se evidencia en la figura 5.6(b), donde este último controlador tiene un mayor error hasta el instante mencionado. Transcurrido este momento, se observa claramente como el controlador LQR tiene un mejor desempeño, presentando un error promedio de 0,0524 respecto al el controlador PI con error promedio de 0,0805. Esto es consecuencia de los cambios cíclicos en la referencia y la menor eficacia del controlador PI para seguirla, como se ve por ejemplo, en el intervalo de tiempo de 5 s a 10 s en la figura 5.6(b). Se reitera que, el controlador no lineal presenta una mejor respuesta que los controladores LQR y PI, teniendo un error promedio de 0,0082.

### 5.3.3. Caso III

Para este caso se ha considerado la velocidad contante con un valor de 1,0 pu y la carga en el eje tiene incrementos de 0,2 pu hasta 1,0 pu. El objetivo de esta prueba es poner de manifiesto como se ve afectada la velocidad del motor a medida que la carga en el eje cambia.

En la figura 5.7(a) se observan los incrementos del par de carga  $T_L$  realizados cada 5 s hasta alcanzar el máximo valor. Observando la figura 5.7(b), se evidencia como el controlador de velocidad PI tiene una respuesta pobre respecto a los controladores propuestos, cuando se desea tener variable la carga en el eje. Para tener clara esta situación se ha presentado en la figura 5.7(c) los errores de los respectivos controladores, siendo el error promedio de los dos controladores propuestos menor a 0,005.

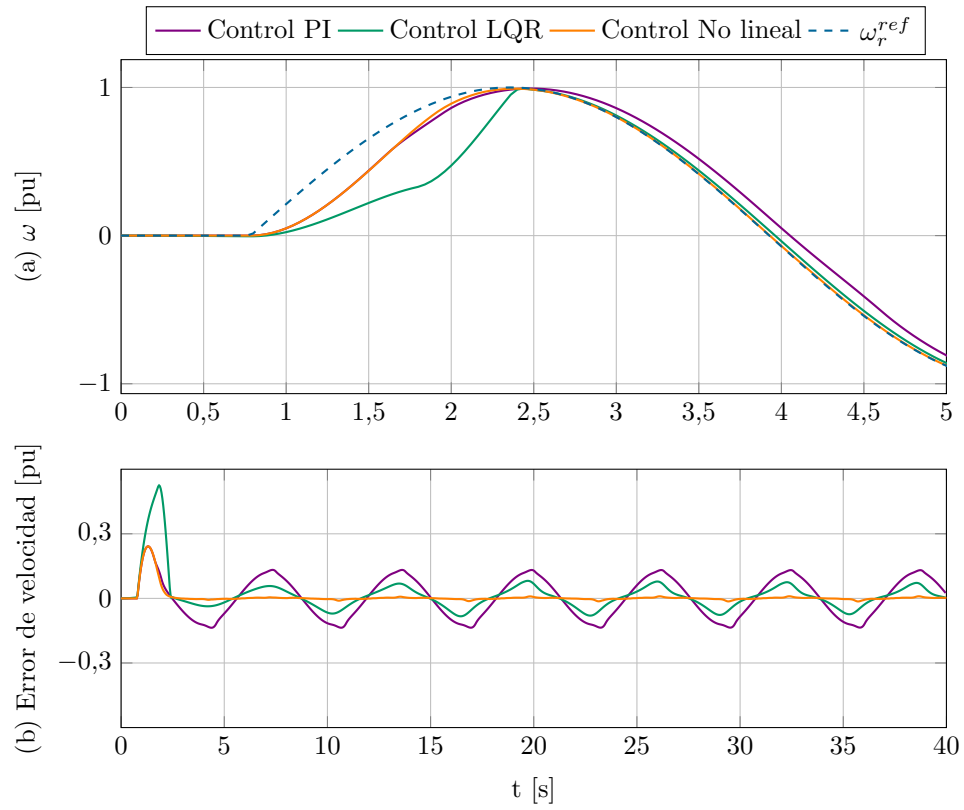


Figura 5.6: Respuestas de los controladores de velocidad para el caso II: (a) Resultado de los controles de velocidad del motor de inducción respecto a la velocidad de referencia (pu). (b) Error obtenido para cada controlador de velocidad.

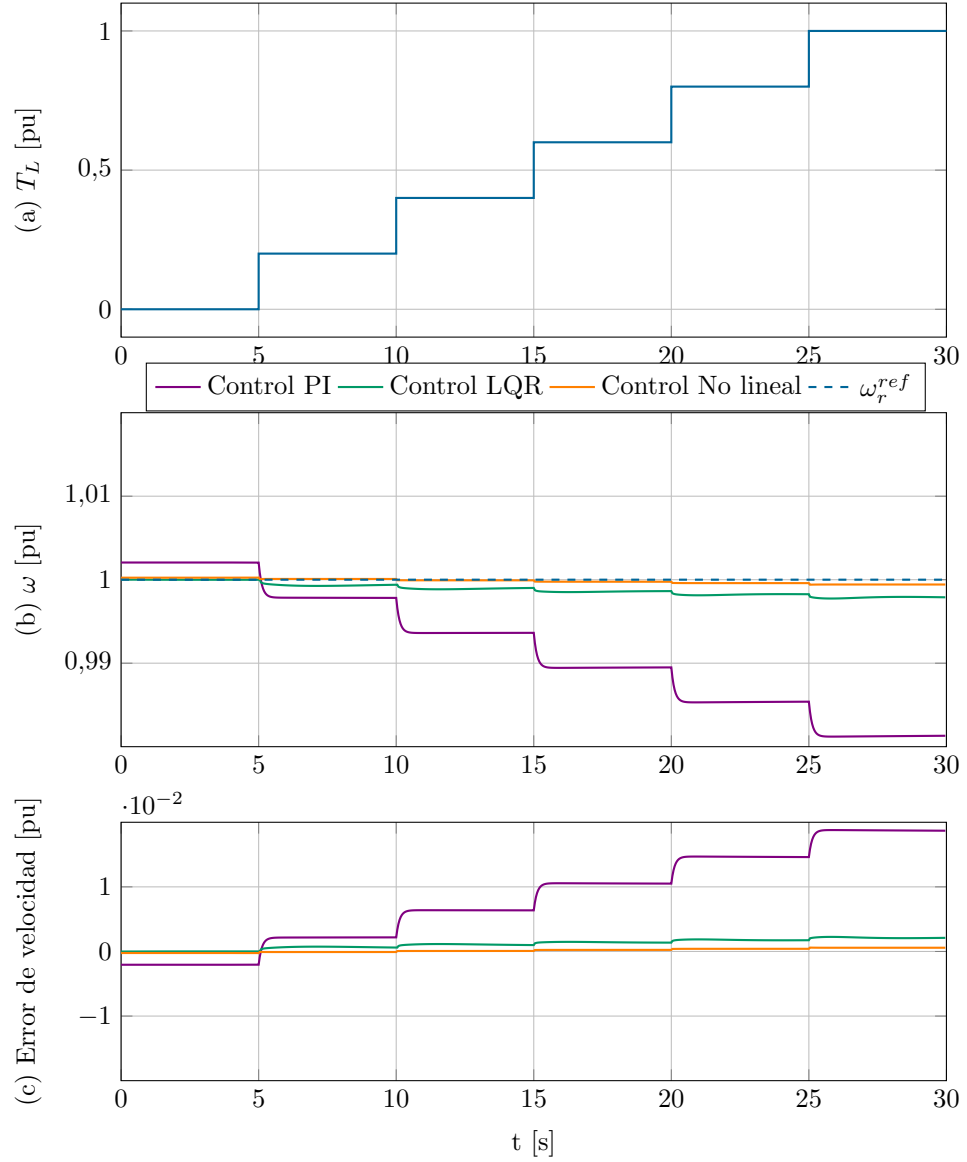


Figura 5.7: Respuestas de los controladores de velocidad para el caso III: (a) Incremento del par en el eje en pu. (b) Respuesta de los controles ante variaciones del par considerando constante la velocidad del motor igual a 1 pu. (c) Errores de los controladores propuestos y el clásico PI.

# Capítulo 6

## Conclusiones y Recomendaciones

### 6.1. Conclusiones

A partir del desacople de las variables del modelo matemático del motor de inducción por medio de las transformadas de Clark y Park, se puede presentar una técnica de control de velocidad análoga a la del motor dc de excitación separada. Este es el principio fundamental para el control FOC, método de control moderno desarrollado gracias a los diferentes avances tecnológicos de las últimas décadas, utilizado en el desarrollo de esta investigación.

La técnica de control FOC empleada requiere de las variables de flujo del rotor y velocidad del motor, las cuales son estimadas a partir de observadores como el de Luenberger y el MRAS respectivamente, con lo que se logra mayor robustez en el sistema, debido a que se eliminan posibles errores dados por el ruido generado en estas señales como se mencionó en los Capítulos 1 y 3.

Se determinó que al usar una matriz de ganancia  $L$  constante en el observador de Luenberger este continúa teniendo una buena estimación, lo cual es una gran ventaja al momento de implementarse ya que no estará actualizándose en cada instante. Caso contrario si se trabaja la matriz  $L$  dependiente de la velocidad como usualmente se realiza.

Los controladores lineal basado en LQR y no lineal propuestos en el presente trabajo, presentaron mejores rendimientos que el controlador clásico PI. Esto se verificó a través de cambios de referencia en la velocidad en forma de rampa y sinusoidal. También se

consideró el aumento escalonado del par en el eje de la máquina, y bajo este escenario los controladores propuestos obtuvieron mejores desempeños respecto al controlador clásico PI.

El controlador lineal propuesto mostró un buen seguimiento a la velocidad de referencia, a pesar de que las condiciones de trabajo fueran muy diferentes a las condiciones dadas inicialmente. Esto se dio por dos razones, primero considerar la velocidad de deslizamiento ( $\omega_\Sigma$ ) como una señal de control, ya que con esto se pudo controlar los cambios de marco de referencia de las variables de estado. La segunda razón fue, utilizar dos esquemas de seguimiento para reducir el error de estado estacionario a cero, las cuales fueron el seguimiento con matriz de ganancia directa y el seguimiento con acción integral. Estos esquemas de seguimiento son análogos a las ganancias proporcional e integral del controlador clásico PI, con la gran ventaja que se ahorró el proceso de sintonización de los parámetros, ya que esto se realizó con el LQR.

Aunque las corrientes del estátor de referencia son calculadas de igual manera en el controlador no lineal propuesto y el clásico PI se obtuvieron diferentes desempeños en ambos. La razón de esto fue la señal de control propuesta para el controlador, con la que se garantizó que las dinámicas de las corrientes del estátor en lazo cerrado se comportaran como un sistema lineal. Otra ventaja que presentó la metodología propuesta es que tiene dos parámetros menos a sintonizar respecto al controlador clásico PI.

Los resultados entre los dos controladores propuestos mostraron que el controlador no lineal siempre presentó un mejor desempeño que el control lineal basado en LQR, tanto en tiempo de respuesta como en error de estado estacionario para todos los casos considerados en este trabajo. La razón de esto se debe a que el modelo dinámico del motor de inducción es no lineal y al emplear una técnica lineal siempre se pierde información lo que conlleva a incrementar los errores.

Finalmente, se puede decir que el trabajo de investigación realizado, hace un aporte al continuo estudio en el control de motores de inducción y se propone como futuros proyectos la transversalidad de las diferentes facultades y/o programas de la Universidad Tecnológica de Pereira en torno a este.

## 6.2. Recomendaciones

Como trabajo futuro se sugiere estudiar el impacto en los controladores propuestos y en los observadores el desbalance de las tensiones de entrada de la máquina.

Debido a que las matrices de ganancia del controlador lineal dependen de los parámetros del motor, se recomienda establecer un algoritmo de identificación de parámetros a partir de los datos de placa del motor para que se analicen los controladores propuestos ante la variación de estos parámetros.

Se recomienda la implementación de los controladores presentados en un sistema real a través de dispositivos programables como DSP o FPGA, para controlar un inversor. Al convertidor se tiene acceso ya que se cuenta con uno de  $10kVA$  en el laboratorio de máquinas eléctricas del Programa de Ingeniería Eléctrica.



# Bibliografía

- [1] L Gan. *Model predictive control of induction motor drive with constraints*. PhD thesis, School of Electrical and Computer Engineering, Royal Melbourne Institute of Technology, Victoria Australia, 2014.
- [2] Bimal K. Bose. *Modern Power Electronics and AC Drives*. 2002.
- [3] S. Chapman. *Electric Machinery Fundamentals*. Electric machinery fundamentals. McGraw-Hill Companies, Incorporated, 2005.
- [4] Nasar Syed A. *Maquinas eléctricas y electromecánicas*. 1990.
- [5] S. Bennett. *A history of control engineering, 1930-1955*. 1993.
- [6] Paul Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D Sudhoff, and Steven Pekarek. *Analysis of electric machinery and drive systems*. John Wiley & Sons, 2013.
- [7] H. Abu-Rub, A. Iqbal, and J. Guzinski. *High Performance Control of AC Drives with MATLAB/Simulink Models*. John Wiley & Sons, Ltd, 2012.
- [8] Felix Blaschke. The principle of field orientation as applied to the new transvector closed-loop system for rotating-field machines. *Siemens Rev*, 34(3):217–220, 1972.
- [9] R. Arnanz, J. García, and L. Miguel. Métodos de control de motores de inducción: síntesis de la situación actual. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, 13(4):381–392, Oct 2016.
- [10] Ramirez S. Marla E. Simulación del control de velocidad por campo orientado de un motor de inducción utilizando un estimador de velocidad basado en estimadores de flujo. Master’s thesis, Instituto Politécnico Nacional, 2003.



- [11] J.Holtz. Speed estimation and sensorless control of ac drives. In *Conf. Rec. of IECON 1993*, pp.649-654, 1993.
- [12] E. Giraldo. *Multivariable Control*, chapter 2. Bergisch Gladbach: Scholar's Press, 1 edition, 2016.
- [13] Peter Vas. *Sensorless vector and direct torque control*. Oxford Univ. Press, 1998.
- [14] Werner Leonhard. *Control of Electrical Drives*. Springer Verlag, 2001.
- [15] J. W. Finch and D. Giaouris. Controlled ac electrical drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(2):481–491, Feb 2008.
- [16] K. Ogata and Y. Yang. *Modern control engineering*. 1970.
- [17] Manoj Swargiary Jayati Dey Tapas Kumar Saha. Optimal speed control of induction motor based on linear quadratic regulator theory. 2015.
- [18] B. Anderson and J. B. Moore. *Optimal control: linear quadratic methods*. Courier Corporation, 2007.
- [19] P. Albertos A. Sala. *Multivariable Control Systems: An Engineering Aproach*. 2004.
- [20] G. Pellegrino, R. Bojoi, and P. Guglielmi. Performance comparison of sensorless field oriented control techniques for low cost three-phase induction motor drives. In *2007 IEEE Industry Applications Annual Meeting*, pages 281–288, Sept 2007.
- [21] Obando Diaz Francisco F. Control de velocidad del motor de inducción trifásico considerando los efectos del inversor en el motor. Master's thesis, Universidad del Cauca, 2010.
- [22] C. Schauder. Adaptive speed identification for vector control of induction motors without rotational transducers. In *Conference Record of the IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*,, pages 493–499 vol.1, Oct 1989.
- [23] A. Garcés Ruiz. *Sistemas de generación de energía*. Universidad Tecnológica De Pereira, 2008.

# Apéndices

# Apéndice A

## Control óptimo lineal

Las estrategias de control óptimo son fundamentales en control automático, siendo utilizadas como estrategias de control moderno en las últimas décadas. Sin embargo, hablar de optimalidad tiene un alto grado de subjetividad. Este se debe a que un control puede ser pésimo desde el punto de vista del comportamiento dinámico del sistema, pero podría ser óptimo desde el punto de vista económico y viceversa. La tarea de un control óptimo es minimizar una función de costos que contenga diferentes especificaciones además de las restricciones del sistema. A esta función se le llama índice de desempeño y normalmente se denota con la letra  $J$ . La ecuación que describe la función de control óptimo se muestra en (A.1) [18].

$$\begin{aligned} \text{minimizar } J &= \Psi(x(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} L(x(t), u(t), t) \cdot dt \\ \text{sujeto a : } \dot{x} &= f(x(t), u(t), t) \\ x(t_0) &= x_0 \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

donde,  $\Psi(x(t_f))$  es el costo final,  $L(x(t), u(t), t)$  es una función no negativa y continua.

El sistema anterior, se puede resolver planteando su función Lagrangiana como se muestra en (A.2).

$$\mathcal{L} = \Psi(x(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} (L(x(t), u(t), t) + \lambda^T \cdot (f(x(t), u(t), t) - \dot{x})) \cdot dt \quad (\text{A.2})$$

El mínimo de  $\mathcal{L}$ , corresponde al mínimo de la función original considerando la restricción de igualdad. El parámetro de proporcionalidad  $\lambda$  se denomina *multiplicador de*

*Lagrange.* Las condiciones de optimalidad se obtienen aplicando las restricciones de primer orden sobre  $\mathcal{L}$ , donde se puede definir una derivada parcial como se muestra en (A.3) [23].

$$\partial \mathcal{L} = \Psi_x \cdot \partial(x(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} [(L_x + \lambda^T \cdot f_x) \cdot \partial x + (L_u + \lambda^T \cdot f_u) \cdot \partial u - \lambda^T \cdot \partial \dot{x}] \cdot dt \quad (\text{A.3})$$

El símbolo  $\partial$  es utilizado para denotar derivadas parciales. El último término de la expresión dada en (A.3) es posible evaluarlo gracias a la integración por partes como se muestra en (A.4).

$$-\int_{t_0}^{t_f} \lambda^T \cdot \partial \dot{x} \cdot dt = -\lambda^T(t_f) \cdot \partial x(t_f) + \lambda^T(t_0) \cdot \partial x(t_0) + \int_{t_0}^{t_f} \dot{\lambda}^T \cdot \partial x \cdot dt \quad (\text{A.4})$$

El término  $\partial x(t_0)$  es cero, ya que es una constante porque es una condición inicial. Reemplazando (A.4) en (A.3) se obtiene:

$$\begin{aligned} \partial \mathcal{L} = & \Psi_x \cdot \partial(x(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} (L_x + \lambda^T \cdot f_x + \dot{\lambda}^T) \cdot \partial x \cdot dt \\ & + \int_{t_0}^{t_f} (L_u + \lambda^T \cdot f_u) \cdot \partial u \cdot dt - \lambda^T \cdot \partial x(t_f) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Cada término de (A.5) es independiente y se puede garantizar optimalidad si el sistema de ecuaciones de (A.6) se puede resolver [18, 23].

$$\begin{aligned} L_x + \lambda^T \cdot f_x + \dot{\lambda}^T &= 0 \\ L_u + \lambda^T \cdot f_u &= 0 \\ \Psi_x - \lambda^T(x_f) &= 0 \end{aligned} \quad , \quad (\text{A.6})$$

Las solución de este sistema de ecuaciones se puede realizar con el método de gradiente descendente. Este método es muy popular en problemas complejos y puede ser la única manera de desarrollar una solución de manera efectiva. Las mayores dificultades son el gasto computacional y el requisito de tener una trayectoria de control razonable para comenzar [18].

En el caso que se trabaje con un sistema dinámico lineal como se muestra en (A.7), un buen índice de desempeño es el mostrado en (A.8). Para el caso lineal este control se conoce como LQR o *Linear Quadratic Regulator* [18].

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u , \quad (\text{A.7})$$

$$J = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} (x^T \cdot Q \cdot x + u^T \cdot R \cdot u) \cdot dt, \quad (\text{A.8})$$

donde,  $Q$  y  $R$  son matrices definidas positivas, para garantizar que  $L$  sea no negativa. En el caso lineal se tiene:

$$\begin{aligned} L_x &= x^T \cdot Q \\ L_u &= u^T \cdot R \\ f_x &= A \\ f_u &= B \end{aligned} , \quad (\text{A.9})$$

Reemplazando (A.9) en (A.6) se obtiene:

$$\begin{aligned} x^T \cdot Q + \lambda^T \cdot A + \dot{\lambda}^T &= 0 \\ u^T \cdot R + \lambda^T \cdot B &= 0 \\ \lambda^T(x_f) &= 0 \\ \dot{x} &= A \cdot x + B \cdot u \end{aligned} , \quad (\text{A.10})$$

El sistema mostrado en (A.10) es claramente lineal. La forma clásica de resolver este problema es proponer una conexión entre  $\lambda$  y  $x$  como se muestra en (A.11) [18].

$$\lambda = P \cdot x , \quad (\text{A.11})$$

y la derivada de (A.11) es igual a:

$$\dot{\lambda} = P \cdot \dot{x} + \dot{P} \cdot x \quad (\text{A.12})$$

Reemplazado el último término de (A.10) en (A.12) se obtiene:

$$\dot{\lambda} = P \cdot (A \cdot x + B \cdot u) + \dot{P} \cdot x , \quad (\text{A.13})$$

luego se reemplazan (A.11) y (A.13) en el primer término de (A.10) obteniendo:

$$x^T \cdot Q + x^T \cdot P \cdot A + x^T \cdot A \cdot P + u^T \cdot B^T \cdot P + x^T \cdot \dot{P} = 0 \quad (\text{A.14})$$

Al despejar  $u$  del segundo término de (A.10) queda:

$$u = -R^{-1} \cdot B^T \cdot \lambda = -R^{-1} \cdot B^T \cdot P \cdot x , \quad (\text{A.15})$$

y reemplazándolo en (A.14) se obtiene:

$$x^T \cdot \left( Q + P \cdot A + A \cdot P - P \cdot B \cdot R^{-1} \cdot B^T \cdot P + \dot{P} \right) = 0 \quad (\text{A.16})$$

La solución de (A.16) se da cuando:

$$Q + P \cdot A + A \cdot P - P \cdot B \cdot R^{-1} \cdot B^T \cdot P + \dot{P} = 0 \quad (\text{A.17})$$

Dado que resolver  $\dot{P}$  es en general de difícil solución, aún efectuándolo numéricamente, se plantea buscar una solución óptima estacionaria [18]. Esto indica que  $P$  es constante, por consiguiente  $\dot{P} = 0$ . Esto lleva a que (A.17) sea de la forma en que se conoce como ARE o *Algebraic Riccati Equation* y la ecuación de control óptimo viene dada por [18]:

$$Q + P \cdot A + A \cdot P - P \cdot B \cdot R^{-1} \cdot B^T \cdot P = 0 \quad (\text{A.18})$$

Claramente de (A.15) se puede notar que el control LQR es un control por retroalimentación de variables de estado, el cual se puede escribir de forma clásica como:

$$u = -k \cdot x , \quad (\text{A.19})$$

donde,

$$k = R^{-1} \cdot B^T \cdot P \quad (\text{A.20})$$